COLEGIO DE BACHILLERES

FÍSICA MODERNA I

FASCÍCULO 4. TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Autores: María Isabel Villaseñor Díaz

COLEGIO DE
BACHILLERES

Colaboradores

Asesoría Pedagógica
María Elena Huesca del Río

Revisión de Contenido
Salvador Godoy Salas

Diseño Editorial

Í N D I C E

PROPÓSITO

Antes de empezar a leer este fascículo, te sugerimos consideres las siguientes preguntas para que organices tu estudio en función de ellas.

¿QUÉ VOY A APRENDER?	COMPRENDER LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL DE EISNTEIN CONSIDERANDO PRINCIPIOS Y POSTULADOS EN SISTEMAS DE REFERENCIA INERCIALES PARA CUERPOS QUE SE MUEVEN A VELOCIDADES CERCANAS A LA VELOCIDAD DE LA LUZ Y ESTABLECER QUE EL ESPACIO, LA MASA Y EL TIEMPO SON MAGNITUDES RELATIVAS.
¿CÓMO LO VOY A LOGRAR?	MEDIANTE EL ANÁLISIS TEÓRICO DE LAS MODIFICACIONES QUE HIZO LORENTZ A LAS TRANSFORMACIONES DE GALILEO Y QUE DESPUÉS UTILIZÓ EINSTEIN PARA FORMULAR SU TEORÍA DE LA RELATIVIDAD. RESOLVIENDO EJERCICIOS DE APLICACIÓN PARA VERIFICAR LOS RESULTADOS TEÓRICOS.
¿PARA QUÉ ME VA A SERVIR?	PARA DETERMINAR LA CONSERVACIÓN DE LA MASA-ENERGÍA Y DAR CUENTA DE LOS LÍMITES DE LA MECÁNICA CLÁSICA. TAMBIÉN PARA EXPLICAR LOS FENÓMENOS FÍSICOS EN EL MUNDO MICROSCÓPICO (MICROESCALA) DENTRO DEL ÁTOMO, Y LOS QUE OCURREN A GRAN ESCALA (MACROESCALA), CUANDO LOS CUERPOS SE DESPLAZAN A VELOCIDADES CERCANAS A LA VELOCIDAD DE LA LUZ.

INTRODUCCIÓN

El siglo XVII está considerado como el comienzo de la era científica; en él se operó un cambio en la concepción del universo natural y la investigación científica emprendió una serie de actitudes que llevó a la necesidad práctica de nuevos inventos y nuevas explicaciones.

Hacia los años 1970-79, la electricidad y el magnetismo se estudiaban como contracciones y desplazamientos de *éter*, y las ecuaciones de James Clerk Maxwell expresaban en términos matemáticos las diferentes relaciones existentes entre las fuerzas electromagnéticas, visualizadas en el marco del éter.

Mientras que la aberración* de la luz "demostraba" que el éter se encontraba en reposo, y bajo estas condiciones, según el astrónomo inglés James Bradley, la tierra al describir su revolución anual alrededor del sol (movimiento de traslación), tenía que moverse a través del éter y crear algo así como "viento del éter"; algo parecido a lo que ocurre cuando en un día sin corrientes de viento en la atmósfera te subes a un automóvil que al desplazarse origina un viento para los ocupantes del vehículo. Por otro lado, los experimentos de Michelson-Morley mostraban que al no ser detectado, éste debía moverse junto con la tierra.

En éste fascículo aprenderás en qué se transforman las Coordenadas Galileo, cuando la velocidad del cuerpo que nos interesa analizar se desplaza con velocidades muy cercanas a la velocidad de la luz. También vas a darte cuenta por qué no es posible que un cuerpo se desplace con la velocidad de la luz.

Aprenderás que, de acuerdo con la **teoría especial de la Relatividad** y dependiendo de si el observador está en reposo o se desplaza con el cuerpo que se mueve, la **longitud**, el **tiempo**, la **distancia** y la **masa** ya no son las mismas que en la Mecánica Clásica, y que lo anterior también sucede para la energía.

---

* Ver el significado en el glosario.

CUESTIONAMIENTO GUÍA

Seguramente cuando viajas en la combi y ésta se detiene a subir pasajeros, y luego pasa junto a ella un carro materialista que se desplaza con cierta velocidad, has tenido la experiencia de sentir que aunque la combi esté detenida, parece que se mueve. Cuando volteas a tu alrededor, te das cuenta que es el carro materialista el que tiene un movimiento y que la combi permanece en reposo.

¿Por qué cuando te subes al martillo de Chapultepec ves que las personas que están abajo, los edificios y los árboles pasan a gran velocidad? ¿A qué crees que se deba esta percepción del movimiento? ¿Cómo puedes explicarlo? Si les dices a los compañeros que esperaban su turno para subirse, que te pareció que eran ellos los que se movían, te contestarán que ellos vieron que el se movió fuiste tú. ¿Quién tiene la razón?

Si te subes a un tren que se mueve con velocidad v_0 y te levantas a caminar por un vagón desplazándote con velocidad $\mathbf{v_1}$, ¿cuál es la velocidad total vista por un observador situado en tierra?

En una discusión entre dos personas, cuando una de estas no está de acuerdo, utiliza la expresión *todo es relativo*. ¿A qué se está refiriendo?

También en tu experiencia diaria, cuando dos eventos ocurren *al mismo tiempo,* ¿puedes afirmar que son simultáneos?

¿Cuál es el objetivo del experimento de Michelson-Morley?

¿Cuáles son las dimensiones del espacio en el cual ocurren los eventos de la naturaleza, según la Relatividad Especial?

¿Cuál es la máxima velocidad que puede adquirir un cuerpo en el universo?

Para que puedas contestar éstas y muchas otras preguntas te invitamos a leer esta fascículo.

CAPÍTULO 1

TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

1.1 TRANSFORMACIONES DE GALILEO

En tus cursos anteriores de Física, te has cuenta que la Mecánica siempre describe la manera en que los cuerpos cambian en el espacio y en el tiempo. Es decir, que todo evento de la naturaleza tiene lugar en un espacio de cuatro dimensiones, y siempre que hables de la **teoría de la relatividad** emplearás la frase **espacio-tiempo**. Ésta fue una de las frases más novedosas introducidas por **Minkowski**, que después utilizó Albert Eisntein.

Pero, ¿qué encierra la frase **espacio-tiempo**?

Antes de la relatividad de Eisntein, la palabra se usaba como *espacio y tiempo*. Esto es, dos conceptos independientes, no interconectados. Hoy sabemos que esto es falso.

Cuando quieras determinar dónde y cuándo tienen lugar ciertos hechos, tendrás que mencionar cuatro dimensiones que, según la idea tradicional, las tres primeras dan la posición en el espacio, mientras que la cuarta da la posición en el tiempo.

Estarás de acuerdo que en las observaciones que haces de las cosas, una de ellas se refiere al movimiento; y que cuando un cuerpo se mueve, es porque cambia de posición. O dicho de otra manera, *siempre que quieres localizar un evento, o realizar la descripción de un fenómeno, lo haces respecto a un cuerpo fijo o sistema de referncia*. Es así que eliges un *sistema de coordenadas*.

Este concepto es muy importante e involucra toda una serie de conceptos que, en el marco de la Geometría Euclideana, lleva al establecimiento de sistemas de coordenadas para interpretar adecuadamente los conceptos de distancia, trayectoria, cambio de posición, etcétera.

La finalidad de la Mecánica es determinar el movimiento de los cuerpos, una vez que se conocen las fuerzas que actúan sobre ellos.

Por lo tanto:

Para determinar el movimiento de los cuerpos es necesario conocer las leyes que lo rigen.

El conocimiento de la leyes que rigen los movimientos de los cuerpos se logró gracias a Newton, y la descripción del movimiento depende del *sistema de referencia* en que se observe.

Si te hacen la pregunta: ¿con respecto a qué se mueven los cuerpos? ¿Cuál sería tu respuesta? ____

Para que respondas la pregunta te sugerimos que pienses en el siguiente evento:

Si te encuentras en un carro que se mueve con velocidad uniforme y desde la ventanilla dejas caer libremente una piedrita fuera del carro sin que le des algún impulso, desde el carro en movimiento verás que la trayectoria de la piedrita es una línea recta, pero para un observador que se encuentre en la carretera, o un peatón que se encuentra en la acera fuera del carro, la trayectoria que observarán será la de una parábola.

¿Cuál de las dos trayectorias es la verdadera?

Si le preguntas a tu profesor de Física te dirá que ambos observadores están reportando la observación correctamente, ¿por qué?

Estarás de acuerdo en que tanto tú como el observador de la carretera, tienen su propio **marco de referencia inercial** y, por lo tanto, ambos tienen razón porque para cada uno es el "punto de referencia" en el que se encuentran donde se observa el fenómeno.

Este concepto es muy importante e involucra toda una serie de conceptos que, en el marco de la Geometría Euclidiana, lleva al establecimiento de sistemas de coordenadas para interpretar adecuadamente los conceptos de distancia, trayectoria, cambio de posición, etcétera.

Por lo tanto puedes concluir que:

Cuando la Mecánica Clásica menciona "punto de referencia", se entiende que es el lugar de origen de las coordenadas cartesianas (o polares u otras), con respecto a un sistema de referencia, que en el caso de coordenadas cartesianas está formado por tres ejes perpendiculares entre sí.

Lo anterior quiere decir que, cuando se describen los movimientos de los cuerpos, se hace con respecto a un marco de referencia prácticamente rígido.

La Mecánica de Newton interpreta el movimiento de partículas en el espacio y en el tiempo, utilizando los conceptos de "marcos de referencia inercial".

1.1.1 Marco de Referencia Inercial

Un sistema, o marco de referencia inercial es aquél en donde son válidas las leyes de Newton; esto es, donde observamos que un cuerpo libre de fuerzas, si está inicialmente en reposo, permanece en reposo, y si está inicialmente con una velocidad, mantiene esa velocidad.

En los dominios de la Mecánica Clásica, *una descripción completa del movimiento se establece solamente cuando se indica cómo cambia de lugar con el tiempo*; es decir, que es necesario indicar para cada punto de la trayectoria, en qué *momento* y *tiempo* se encontrará allí el cuerpo.

Regresando a nuestro ejemplo, para describir el movimiento, es necesario tomar en cuenta cómo observadores en dos sistemas inerciales de referencia, comparan los valores numéricos para describir un mismo evento o cualquier otro fenómeno físico.

La relación que compara los parámetros para la descripción del mismo evento desde los diferentes sistemas de referencia se llama TRANSFORMACIÓN.

En la siguiente figura se muestran dos sistemas de referencia S y S', que se mueven con velocidad uniforme entre sí en la dirección x.

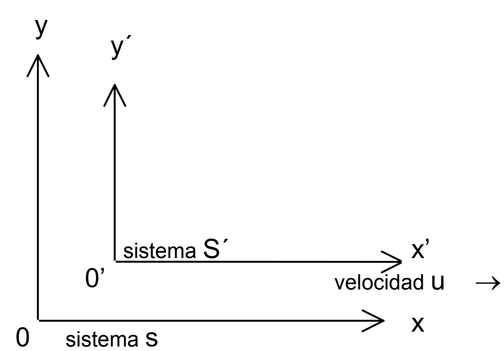


Figura 1. Dos sistemas inerciales de referencia. Para el observador en S, el sistema S' parece ser el que se está moviendo en la dirección +x con velocidad u. Para el sistema S', el sistema S, parece estar moviéndose en la dirección negativa de las x, con velocidad -u. El eje de los tiempos sale perpendicular a la hoja del papel en cada uno de los sistemas.

La relación entre las coordenadas ($\vec{r}$, t) de un evento vistos por S y las coordenadas ($\vec{r}'$, t') vistos por S´ en Física Clásica, se conocen como **Transformaciones de Galileo** y se utilizan para describir los procesos de la naturaleza, cuando las velocidades a las que se realizan son muy pequeñas comparadas con la velocidad de la luz. Más adelante verás que cuando el cuerpo se mueve a velocidades muy grandes se hace una modificación a las transformaciones de Galileo.

Para que te quede más claro y comprendas la deducción de dichas transformaciones, imagínate que tú y yo somos observadores en el sistema S y que intercambiamos información con otro observador colocado en el sistema S'. Supongamos que observamos una partícula en el punto A, moviéndose paralelamente en la dirección x.

Nosotros denotamos la velocidad por v_x, y el observador en S' usa el símbolo v'_x . Para encontrar la relación (transformación) que nos permite interpretar el movimiento desde los dos sistemas de referencia, procedamos de la siguiente manera:

Supongamos que un evento ocurre en A, según se indica en la figura 2.

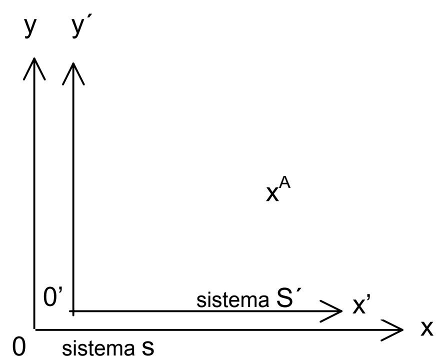


Figura 2. El evento ha visto en S y en S'. El eje los tiempos, en ambos sistemas, sale perpendicular a la hoja del papel.

Estamos suponiendo que los dos sistemas de coordenadas son paralelos.

En el sistema S, diríamos que el evento A ocurrió en la posición x, y en el instante t. En el sistema S´ especificaremos la posición por x´, y en el instante t´.

Suponemos que los relojes de ambos sistemas han sido sincronizados y los comprobamos también en ambos sistemas de referencia, estableciendo t=0 en el instante en que los orígenes 0 de S, y 0´ de S´ coinciden. Por lo tanto, dada la sincronización de los relojes, los observadores de S y S´ concordarán al reportar los mismos números:

$$\boxed{t = t' \quad y \quad t' = t}$$

para el instante en que ocurre el evento A.

Es importante que te des cuenta que estamos usando el concepto Newtoniano de tiempo absoluto: "…*fluyendo igualmente sin relación a nada externo*". Punto de vista que se obtiene de la experiencia humana ordinaria.

Los valores medidos para las otras coordenadas son los siguientes:

Sistema S	Sistema S´
$x = x' + u t'$ $v_x = v'_x$ $a_x = a'_x$	$x' = x - u t$ $v'_x = v_x - u$ $a'_x = a_x$

Estas ecuaciones se llaman *Transformaciones de Galileo*, *sólo son válidas para velocidades muy pequeñas con respecto a la velocidad de la luz c*.

Nótese que ambos observadores S y S´, detectan la misma aceleración $a_x = a'_x$. Como clásicamente la fuerza F_x y la masa m son en principio un concepto independiente del observador, entonces $F_x = F'_x$. Esto quiere decir, que ambos observadores estarán de acuerdo que si para uno de ellos (S) es válida la relación:

$$F_x = m\, a_x\,,$$

El otro observador (S´) también medirá la misma relación (en sus propias coordenadas):

$$F'_x = m\, a'_x$$

En otras palabras, para ambos vale la misma ecuación de la 2ª ley de Newton. Ambos observadores son inerciales. Esto ocurre con todos los observadores que están en reposo o se mueven con velocidad uniforme.

Ejemplo:

Una partícula se mueve en la dirección positiva x´ con respecto a S´ con velocidad de v'_x = 30 km/h. Si la velocidad relativa de los sistemas es de u=20 km/h, ¿cuál será la velocidad v_x de la partícula respecto de nosotros si nos encontramos colocados en S?

Solución:

$$v_x = v'_x + u$$

$$v_x = 30 \text{ km/h} + 20 \text{ km/h} = 50 \text{ km/h}$$

La mayor curiosidad que presenta la teoría de la relatividad, es que está relacionada con la velocidad de la luz, y ésta no obedece la ley de suma de velocidades que acabamos de ver. De hecho, uno de los postulados sobre los que fundamentó Einstein su teoría, es que *la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas inerciales*. Por eso no puede obedecer la ley Galileana de la suma de velocidades.

El hecho de que la velocidad de la luz se transmite a una velocidad determinada, se estableció por primera vez mediante observaciones astronómicas. Los satélites de Júpiter son eclipsados a veces por el mismo Júpiter. Se comprobó que cuando Júpiter estaba más cerca de lo normal de la tierra, se podía observar un eclipse de uno de sus satélites unos minutos antes de lo esperado. Y cuando Júpiter estaba más lejos de lo normal, el eclipse producía unos minutos después. Llegándose a la conclusión de que estas desviaciones podían registrarse porque la luz tenía cierta velocidad. Por lo tanto, lo que en un "momento" se observaba que estaba sucediendo en Júpiter, había sucedido realmente un poco antes, y mucho antes cuando Júpiter está más distante.

Al desarrollar la teoría ondulatoria de la luz, los científicos encontraron necesario dotar al espacio vacío de propiedades mecánicas. Sintieron la necesidad de suponer que el espacio era una especie de sustancia (antes de Newton, el filósofo Descartes argumentaba que la mera separación de los cuerpos por una distancia, probaba la existencia de un medio entre ellos). Durante los siglos XVIII y XIX, para los físicos era obvio que si la luz "consistía" de ondas, debería existir un medio que las sustentara, de igual manera como el agua propaga las olas del mar, y el aire transmite las vibraciones que generan al sonido. Este medio fue llamado **Éter**. De aquí surgió la idea de que el éter lumínico podría ser un sistema de referencia especial, con respecto al cual laluz tiene la velocidad que sería una constante universal.

Se pensó que mediante experimentos ópticos se podía medir la velocidad de la tierra respecto al éter. Estos experimentos dieron resultados nulos, por lo que se requirió revisar a fondo las teorías clásicas de la Mecánica y la Electrodinámica.

1.2 SURGIMIENTO DE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD

¿Fallan las leyes de la Mecánica Clásica?

A la pregunta puedes contestar que es gracias a esas leyes que se han podido lanzar los satélites artificiales desde la tierra; se han puesto en órbita los satélites metereológicos: se llegó a la superficie lunar; se diseñan máquinas para las fábricas que hacen prosperar la industria de un país, etcétera, y otros tantos motivos y justificaciones válidas.

Si en tu mundo ordinario te pones a enumerar todos los fenómenos de desplazamiento, velocidad y aceleración de cuerpos, te darás cuenta que para describir su comportamiento utilizas las leyes de la Mecánica Clásica.

Al parecer, no existen fenómenos en la naturaleza que en términos de nuestra experiencia ordinaria, no puedan ser descritos por un modelo concreto o predichas por las leyes mecánicas "asombrosamente" exactas de Newton. Por lo tanto podemos concluir que:

> Para la mayoría de los fines prácticos, y virtualmente para todo lo referente a la ingeniería, las transformaciones de Galileo y la mecánica de Newton, proporcionan resultados suficientemente correctos.

¿Crees que se pueda aplicar lo anterior cuando se analiza el movimiento de los cuerpos y se tienen dimensiones y/o distancias muy grandes en Astronomía (macroescala), o cuando las mediciones son hechas en dimensiones mucho muy pequeñas en átomos (microescala)?

En otras palabras, ¿serán válidas las leyes de la Mecánica Newtoniana a nivel cósmico y a nivel atómico?

En el Fascículo I de Física Moderna I se afirmó que el tiempo medido en todos los sistemas inerciales tiene el mismo valor; es decir, que el funcionamiento de los relojes no dependía de la velocidad con que se movieran, lo cual se reflejó en las ecuaciones de transformación de Galileo, $t = t'$, para cualesquiera dos sistemas inerciales que tienen una velocidad relativa uno con respecto al otro.

El principio de relatividad Newtoniano o Galileano establece que: *Las leyes mecánicas que son válidas en un lugar, lo son igualmente en cualquier otro lugar que se mueva uniformemente en línea recta…".*

En los dos siglos siguientes, pareció que el punto de vista de Newton prevalecería; sin embargo a finales del siglo XIX se empezaron a manifestar dudas acerca de la asombrosa exactitud de las leyes de la Mecánica Clásica, y aunque las inquietudes no eran muchas, si eran fundamentales, ocasionando que todo el universo de la Mecánica de Newton comenzara a desmoronarse.

Veámoslo, ubicándonos en el quehacer científico de esa época:

Al terminar el siglo XIX, la Física se apoyaba en tres hipótesis fundamentales:

a) La validez de la transformación de Galileo.

b) La validez de las leyes de Newton.

c) La validez de las ecuaciones de Maxwell.

Casi todo lo que pudiera ser derivado de ellas concordaba bien con el experimento, cuando éste había sido realizado en forma adecuada.

Las hipótesis predecían que todos los marcos inerciales de referencia en mutua traslación uniforme, eran equivalentes en lo que respecta a fenómenos mecánicos, aunque no lo eran en relación a fenómenos electromagnéticos, y que para éstos últimos sólo existe un marco de referencia, que como veremos más adelante se le designó con el nombre de ETER, y en el cual la velocidad de la luz es igual a una constante: c.

Así como Newton en su obra "Los Principia", la primera ley se encuentra al principio de las leyes del movimiento, para librar a la Física de los puntos de vista aristotélicos; de igual manera Einstein, en la introducción a su trabajo a la teoría de la relatividad, realiza una emancipación del dominio imperante del concepto de ETER, y las nociones del TIEMPO y ESPACIO ABSOLUTOS.

Veamos el siguiente ejemplo: Tú y uno de tus compañeros se encuentran a la orilla de un río de anchura D, cuyas aguas llevan una velocidad constante V_o, cada uno dispone de una barquilla; además ambas barquillas cuentan con un motor que las desplaza con la misma velocidad V. Designemos a cada una de las barquillas por A y por B, que se muestran en la figura más adelante.

Se te ocurre hacer los siguientes recorridos y le propones a tu compañero que se realice una competencia para ver quien tarda menos tiempo en recorrer de ida y vuelta la distancia D. Los recorridos que propones son los siguientes:

1. Cruzar el río hasta un punto opuesto al punto de partida, de manera que el vector resultante de la velocidad de la barquilla siempre sea perpendicular al vector velocidad V_o, que representa la velocidad de las aguas del río. Lo que equivale a cruzar el río de ida y vuelta y que el vector resultante de la velocidad de la barquilla siempre siga una dirección perpendicular al vector velocidad de la corriente del río.

2. Recorrer la distancia D de ida y vuelta, pero siguiendo la dirección de la corriente del río y luego regresar en la misma dirección.

Como ves en ambos casos debe recorrerse 2D.

¿Cuál de los dos casos escogerías? ____

¿Por qué? ____

Si crees que en ambos casos el tiempo empleado en el recorrido de ida y vuelta es el mismo, entonces será indistinto el escoger cualesquiera de las dos.

Analicemos lo que está sucediendo:

Como ambas barquillas se desplazan con la misma velocidad V, entonces en el primer caso la barquilla A siempre se verá arrastrada por la corriente del río y no llegará al punto opuesto sino más abajo; mientras que la barquilla B del segundo caso, cuando navega aguas abajo, tendrá una velocidad con respecto a la orilla de río de: $V + V_o$; esto se debe a lo que viste en el fascículo I de la suma de velocidades, y en su viaje de regreso su velocidad (desde el marco de referencia orilla del río) será igual a la diferencia entre su velocidad V y la velocidad V_o del río $V-V_o$. Ver la siguiente figura (3).

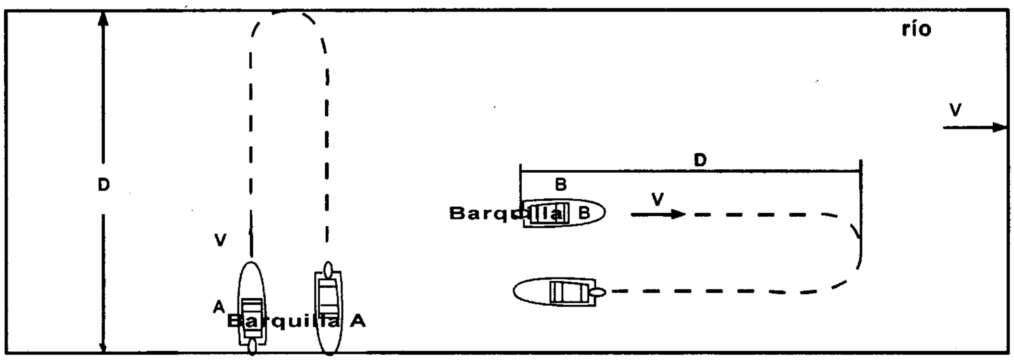


Figura 3. La barquilla A debe atravesar hasta la orilla opuesta y luego regresar a su punto de partida. La barquilla B navega aguas abajo la misma distancia siguiendo el sentido de la corriente para luego regresar a su punto de partida navegando contra la corriente.

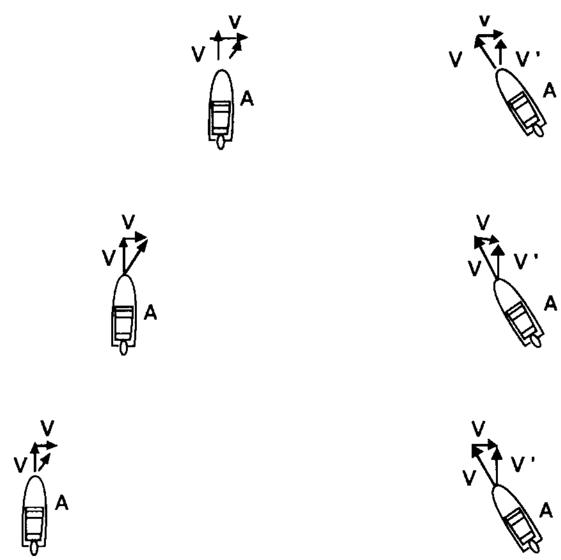


Figura 4. Dirección de la barquilla A para compensar la corriente del río. Obsérvese el diagrama de las fuerzas que representan.

Cuando la barquilla B navega aguas abajo con respecto al marco de referencia de la orilla del río, es igual a la suma de su propia velocidad más la velocidad de la corriente del río. Ver la siguiente figura.

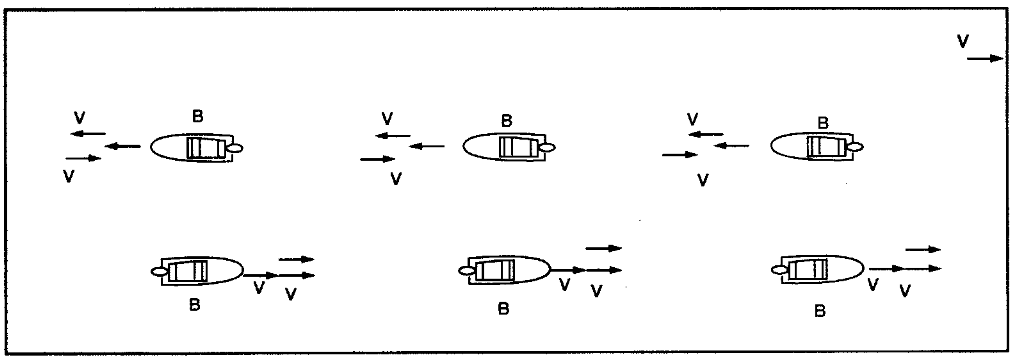


Figura 5. Cuando la barquilla B navega aguas abajo siguiendo el sentido de la corriente del río, su velocidad se ve incrementada por V_o, mientras que cuando regresa a su punto de partida, navegando contra la corriente, su velocidad disminuye por V_o.

Al analizar el diagrama vectorial de la figura 5 para la barquilla A, tenemos que:

Sea V´ la componente de la velocidad perpendicular a la corriente a la corriente del río. Entonces aplicando el *Teorema de Pitágoras*:

$$\boxed{V^2 = (V')^2 + (V_o)^2}$$

despejando a V´ nos queda

$$|V'| = \sqrt{V^2 - V_o^2} = \sqrt{V^2\,(1 - V_o^2 / V^2)}$$

Donde las barras de V´ son para indicar que es la magnitud del vector V´.

Por lo tanto, la velocidad neta con la que la barquilla A atraviesa el río, en dirección perpendicular es:

$$|V'| = V\sqrt{1 - V_o^2 / V^2}$$

¿Cómo obtienes el tiempo total de ida y vuelta de la barquilla?

Como el ancho del río es D, entonces *la distancia total será de 2D*, ya que la trayectoria es ida y vuelta. Y como el tiempo es igual a la distancia dividida por la velocidad, por lo tanto:

$$t_A = \frac{2D}{|V|\sqrt{1 - V_o^2 / V^2}}$$

es decir:

$$t_A = \frac{2D/V}{\sqrt{1 - V_o^2 / V^2}}$$

Analicemos lo que sucede con la barquilla B:

Si cuando navega aguas abajo su velocidad es $V_o + V$, entonces *el tiempo empleado del recorrido en el sentido de la corriente del río será*:

$$t = \frac{D}{V_o + V}$$

y el tiempo de regreso será:

$$t = \frac{D}{V_o - V}$$

El tiempo total para el recorrido de ida y vuelta es la suma de los dos tiempos, es decir:

$$t_B = \frac{D}{V_o + V} + \frac{D}{V_o - V}$$

realizando las operaciones algebraicas necesarias nos queda:

$$t_B = \frac{2D/V}{1 - V_o^2 / V^2}$$

¿Cuál de los dos tiempos fue mayor?

Si analizas los dos tiempos, tanto t_A como t_B tienen en el numerador el mismo término $\frac{2D}{V}$, por lo que $t_A < t_B$.

Como conoces la velocidad de las dos barquillas, puedes determinar la velocidad de la corriente del río con la relación $\frac{t_A}{t_B}$.

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

Ejercicio:

¿Cuál es el resultado que se obtiene del cociente: $\frac{t_A}{t_B}$?

Realiza todos los pasos algebraicos.

Tu resultado del cociente $\frac{t_A}{t_B}$ debió ser:

$$\sqrt{1-\frac{V_o^2}{V^2}}\,,$$

que es el factor que teníamos para V´. Éste será un factor que como te darás cuenta aparecerá en otros resultados más adelante.

Habíamos dicho que a los físicos del siglo XIX les parecía que sólo necesitaban inventar un mecanismo inteligible para explicar la naturaleza del éter,

El razonamiento empleado para las barquillas fue el mismo que el del problema del paso de las ondas de luz a través del éter. Los científicos pensaron que si el espacio estaba lleno de éter, entonces nos deberíamos mover a través de él a una velocidad igual a la de la tierra en su movimiento de traslación alrededor del sol, es decir de $3x10^4$ m/s; y que si el Sol también se movía, entonces nuestra velocidad a través del éter sería todavía mayor. En esto se basó el experimento de dos grandes físicos de la época (Michelson y Morley) que más adelante, en este fascículo, podrás enterarte en qué consistió y a qué conclusiones llegaron.

1.2.1 Principio de Simultaneidad

Supongamos que tenemos una vía de ferrocarril, y que en esa vía avanza un tren muy largo con una velocidad constante v y en el sentido indicado en la figura 6:

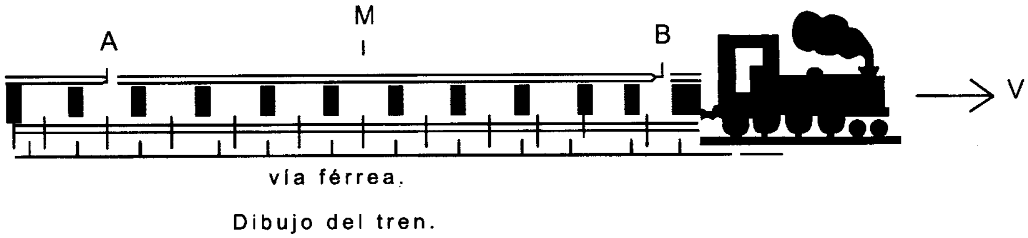


Figura 6. Dibujo del tren.

Supongamos que en los puntos A y B, muy distantes el uno del otro, han caído dos rayos, y que además afirmamos que esos dos rayos han sido “simultáneos”, ¿crees que esa afirmación tiene un significado? En caso de que tu respuesta sea afirmativa, ¿podrías explicar cuál es el significado de esa afirmación?

Aunque el significado de esa afirmación parece clara por sí misma; tendrías que reflexionar, para establecer por medio de observaciones si los rayos cayeron simultáneamente. Supongamos que un especialista en Física de la Atmósfera predijo que, por las condiciones atmosféricas y climáticas del lugar, los rayos deben caer siempre simultáneamente en los puntos A y B; entonces debes comprobar si este resultado teórico corresponde o no corresponde a la realidad. Lo mismo que para este ejemplo, se requiere para todos los enunciados físicos en los cuales desempeña algún papel el concepto de “simultaneidad”.

El concepto de simultaneidad, existe para el físico solamente en los casos en que encuentra la posibilidad de verificar, para el evento concreto del que se trate, si el concepto es o no exacto, para lo cual necesita una definición de simultaneidad que le suministre un método por medio del cual pueda decidir, a través de experimentos, si los dos rayos han sido o no han sido simultáneos. Mientras no se cumpla con esta exigencia se puede ser víctima de la ilusión, al creer que se puede asociar un significado a la afirmación de simultaneidad. Además debe cumplir la condición de suministrar, en cada caso real, un medio experimental para poder decidir si el concepto se confirma o o no se confirma.

Para nuestro caso de los relámpagos, es necesario establecer una definición del tiempo; es decir, que si se colocan relojes en los puntos A, M Y B de la vía férrea (sistema de coordenadas), los cuales son ajustados de tal manera que las posiciones respectivas de sus manecillas sean simultáneas. Supón que colocas en M (que es el punto medio entre A y B) un observador con un aparto que está provisto de dos espejos que forman entre sí un ángulo de 90°, que le permite observar simultáneamente los puntos A y B. Si el observador percibe los dos relámpagos al mismo tiempo, entonces dichos rayos son simultáneos; siempre y cuando se suponga que la luz que emiten los relámpagos al observador situado en M, se propaga con la misma velocidad sobre la recta que va de A hacia M que sobre la recta que va de B hacia M (es una convención que el observador puede establecer).

Así se está dando una definición del tiempo como: “la indicación (posición de las manecillas) del reloj que se encuentra en la vecindad inmediata del acontecimiento.

Así nuestra definición del tiempo puede usarse no sólo para dar un significado “exacto” a la simultaneidad de dos acontecimientos, sino para un número cualesquiera de acontecimientos (eventos), independientemente de la posición relativa que ocupen los lugares en donde se producen dichos acontecimientos con respecto al cuerpo de referencia, que para el caso del ferrocarril es la vía férrea.

Se supone además que esos relojes “marchan al mismo ritmo”:

> Si dos relojes en reposo, colocados en lugares distintos del marco de referencia, están ajustados de tal manera que la posición de las manecillas de uno y la posición de las manecillas del otro son simultáneas, entonces las posiciones iguales de las manecillas serán siempre simultáneas.

La definición de simultaneidad *debe cumplir la condición de suministrar, en cada caso real, un medio empírico para decidir, si el concepto por definir es posible confirmarlo o por el contrario no se confirma.*

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

Una vez establecido el concepto de simultaneidad, contesta la siguiente pregunta: ¿será válida la definición de simultaneidad con respecto al tren que con respecto a la vía férrea?

¿Cuál sería tu respuesta? ____

____

Justifica tu respuesta ____

____

Recuerda que para que se pueda aplicar en este caso, debe satisfacer las propiedades asignadas a la definición de simultaneidad.

Estarás de acuerdo en que si los dos relámpagos en A y B son simultáneos con respecto a la vía férrea, entonces los rayos luminosos que parten de A y B deben encontrarse en el punto medio M (de la distancia AB, que está situado sobre la vía).

Ahora bien, "en el momento" de ocurrencia del evento, a los puntos A y B situados sobre la vía férrea, les corresponden también los lugares A y B en el tren. Sea M´, el punto medio de la recta AB, sobre el tren en marcha. ¿Cuándo coinciden los puntos M´ con M? Si tú como observador te colocas sobre el terraplén, M´ y M coinciden en el instante en que se produce el relámpago.

Pero como el tren se desplaza hacia la derecha con velocidad **v**, entonces M´ se desplaza hacia la derecha con la misma velocidad, pero si uno de tus compañeros es un segundo observador, situado en M´, que visto desde el terraplén avanza con velocidad **V** hacia el rayo de luz proveniente de B, y se adelanta al rayo de luz proveniente de A.

Por lo tanto el observador colocado sobre el tren (en M´), verá el rayo de luz proveniente de B antes que el rayo luminoso proveniente de A. Los observadores que utilizan el tren como marco de referencia deben llegar a la conclusión de que el relámpago B se produjo antes que el relámpago A. Por lo tanto, se puede formular como resultado el siguiente principio:

> Dos acontecimientos que son simultáneos con respecto al marco en reposo (vía férrea), no son simultáneos respecto al marco que está en movimiento (el tren), y recíprocamente: cada marco de referencia (sistema de coordenadas), tiene su tiempo propio, ya que una indicación de tiempo sólo tiene significado cuando indica el marco de referencia al que se refiere.

Este resultado nos indica que ya no es posible sostener lo que la Mecánica Clásica establece: la suma de velocidades.

Justifica las razones para ello: ____

____

____

1.2.2 La Aparente Incompatibilidad de la Propagación de la Luz con el Principio de el principio de relatividad

Nuevamente usemos nuestro ejemplo del tren que se desplaza con velocidad **v** con respecto al terraplen. Si un hombre se desplaza dentro de uno de sus vagones con velocidad **w**, en el mismo sentido del tren, entonces la velocidad del hombre con respecto al terraplén será:

$$\mathbf{W = v + w}$$

Sabes que la luz se propaga en línea recta a una velocidad de 300, 000 km/s, y que esta velocidad es la misma para todos los colores.

El astrónomo holandés De Sitter, basado en las observaciones de las estrellas dobles, demostró que la velocidad de propagación de la luz no puede depender de la velocidad con la cual se mueve la fuente luminosa. Aún no salía a la luz pública la teoría de la relatividad.

Supongamos que aceptas lo anterior, luego, uno de tus compañeros te hace la siguiente pregunta:

¿Cuál es la velocidad de propagación del rayo luminoso referido al vagón?, y te recuerda el teorema de la adición de velocidades, que ya habías comprendido y supones que es verdadera.

Trata de explicarle sin *contradecir* las leyes de la Mecánica Clásica. Argumenta la respuesta que le darías a tu compañero : ____

____

____

____

____

Seguramente te enfrentaste a un problema (de la misma forma, todos los físicos que de manera reflexiva pensaban en las consecuencias de aceptar como verdadera dicha ley, los colocó en grandes dificultades).

El proceso de la velocidad de propagación de la luz, como cualquier otro proceso, tiene que estar vinculado con un sistema de coordenadas. Volvamos a escoger como nuestro sistema de referencia el terraplén y hagamos la siguiente suposición: que el aire que se encuentra arriba del terraplén es extraído por algún mecanismo (una gran bomba de succión), de tal manera que el rayo de luz se desplace con velocidad de 300, 000 km/s con respecto al terraplén. Como el vagón se desplaza sobre la vía con velocidad $\mathbf{v}$, en el mismo sentido en que se desplaza el rayo de luz, donde $\mathbf{v} \ll \mathbf{c}$. Al aplicar la relación:

$$\mathbf{W} = \mathbf{v} + \mathbf{w}, \quad \text{donde} \quad \mathbf{w} = \mathbf{W} - \mathbf{v}$$

El hombre que se desplaza a lo largo del vagón del tren en marcha, desempeña el papel del rayo de luz, por lo que su velocidad $\mathbf{W}$ con respecto al terraplén es sustituída por la velocidad de la luz con respecto al propio terraplén. Por lo tanto la velocidad de la luz con respecto al vagón será:

$$\mathbf{w} = \mathbf{c} - \mathbf{v}$$

¡la velocidad de la luz con respecto al vagón resulta ser menor que c! Lo cual se encuentra en contradicción con el principio de relatividad.

¿Acaso la explicación *razonada* que le diste a tu compañero no fue la adecuada? ¿Cómo le aclaras esta contradicción?

De acuerdo con este resultado, ¿crees que exista incompatibilidad entre la ley de propagación de la luz y el principio de relatividad?

La aparente incompatibilidad nos resultó porque basamos nuestro razonamiento en las siguientes hipótesis de la Mecánica Clásica:

1. Que el intervalo de tiempo entre dos acontecimientos es independiente del estado de movimiento del cuerpo de referencia.

2. Que la distancia espacial entre dos puntos de un cuerpo rígido es independiente del estado de movimiento del cuerpo de referencia.

Si rechazamos estas dos hipótesis, tendremos que admitir que: ¡el teorema de la adición de velocidades ya no es válido!

Te sugiero que repases el razonamiento que seguimos, ¿será necesario modificar nuestro razonamiento? En caso de ser así, ¿cómo debemos modificarlo?

Nos interesa que desaparezca la contradicción y conciliar la ley de propagación de la luz en el vacío con el principio de relatividad.

Históricamente lo anterior dio lugar a la formulación de una ley de transformación de las magnitudes espacio-temporales cuando se pasa de un cuerpo de referencia a otro.

1.2.3 La Transformación Galileana y la Teoría Electromagnética

Las ecuaciones de Maxwell, predicen la existencia de perturbaciones electromagnéticas que se propagan a través del espacio en la forma que es característica del movimiento ondulatorio, con una rapidez de propagación que es independiente de la frecuencia del movimiento ondulatorio (para medios cuyo índice de refracción es constante), como lo son las ondas de radio cuya frecuencia es de $\cong 10^8$/seg., la radiación infrarroja de $\cong 10^{13}$/seg., las ondas luminosas para las frecuencias de $\cong 10^{15}$/seg., y rayos **X** para la frecuencia $\cong 10^{19}$/seg. Que pertenecen básicamente al mismo fenómeno.

Los físicos del siglo XIX cuya visión era sumamente mecanicista, se sintieron relativamente seguros de que la propagación de las ondas predichas por las ecuaciones de Maxwell, requería de un medio para propagarse.

Argumentaban que: “así como las ondas de agua se propagaban en el agua, las ondas electromagnéticas deberían propagarse a través de un medio”. A este medio se le dio el nombre de ÉTER. El éter, para que no discrepara con algunos hechos conocidos, debería poseer ciertas propiedades extrañas: debería carecer de masa (ya que se observaba que las ondas electromagnéticas como la luz podían propagarse en el vacío), debería poseer propiedades elásticas para soportar las vibraciones que son inherentes a la idea de movimiento ondulatorio.

Prosigamos pues con nuestro desarrollo del tema respecto a los avances de la Física a finales del siglo XIX. Pese a que se encontraban dificultades a ese medio llamado éter, el concepto era considerablemente más atractivo que, por otro lado suponer, que las perturbaciones electromagnéticas se propagasen sin necesitar medio alguno.

Una vez supuesta la existencia del éter, era de esperarse que las perturbaciones se propagaran en él con rapidez constante (del mismo modo que las ondas sonoras se propagan con una rapidez constante respecto al aire).

Se supuso que las ecuaciones de Maxwell eran válidas en el marco de referencia que se encuentra en reposo respecto al éter: MARCO DEL ÉTER. Sin embargo, en un marco de referencia que se traslade uniformemente con él, las ecuaciones de Maxwell tendrían una forma matemática distinta a la que tienen en el marco del éter. Pero si recuerdas en el Fascículo **I** de Física Moderna **I**, al aplicar una transformación Galileana a las ecuaciones de Maxwell cambia la forma de éstas. Por lo tanto al calcular la rapidez de la propagación de las ondas electromagnéticas, en el nuevo marco de referencia, empleando las ecuaciones de Maxwell en la forma que toman en ese marco, se encontraba un valor distinto para la velocidad de la luz.

¿Cuál crees que sea la razón de lo anterior? :________________________________

____

Estarás de acuerdo que la razón es la rapidez de propagación predicha por las ecuaciones; como es de esperarse, depende de la forma de las ecuaciones.

Lo anterior quiere decir que al aplicar la Transformación Galileana a las ecuaciones de Maxwell y resolverlas, se encontraba que la velocidad de la luz medida en el nuevo marco de referencia resultaba diferente del valor de la velocidad medida en el marco de éter, o sea:

Velocidad de la luz con respecto al nuevo marco = velocidad de la luz con respecto al éter MENOS velocidad del nuevo marco con respecto al éter.

Es decir: $$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{1\ \text{éter}} - \mathbf{V}'_{1\ \text{éter}}$$

Donde:

$\mathbf{V}_2$ es la velocidad de la luz con respecto al nuevo marco.
$\mathbf{V}_{1\ \text{éter}}$ es la velocidad de la luz con respecto al éter.
$\mathbf{V}'_{1\ \text{éter}}$ es la velocidad del nuevo marco con respecto al éter.

1.2.4 Experimento de Michelson-Morley

Hemos dicho que a finales del siglo XIX, conforme las mediciones de la velocidad de la luz se hicieron más refinadas, surgió la interrogante de cuál sería el sistema de referencia respecto al cual se mide la velocidad de la luz.

¿Se mide la velocidad de la luz tomando como marco de referencia
a la tierra, al aire, a las estrellas, a Júpiter, etcétera?

Y si se hacían los siguientes cuestionamientos: Si para el sonido el medio preferencial para desplazarse es el aire, ¿no existirá igualmente un medio preferencial para la luz? Y si es posible medir la velocidad del sonido con respecto a la tierra, sumando las velocidades (donde deben sumarse la velocidad del sonido respecto al aire con la velocidad del aire respecto a la tierra), mediante una transformación Galileana, entonces por analogía debe existir (suponían), un medio preferencial de propagación de la luz en el espacio infinito.

Michelson y Morley, en 1887, diseñaron un experimento de gran importancia para demostrar la existencia de un marco especial de referencia, el marco del éter, y determinar en él el movimiento de la Tierra respecto al éter. Pensaron que se podrían diseñar experimentos precisos para mostrar que la velocidad de la luz respecto a la tierra depende de la dirección en que viaje la luz respecto al movimiento de la tierra a través del éter (de acuerdo con las transformaciones de Galileo).

La idea básica del experimento consistía en la división en dos partes de un haz luminoso, una parte dirigida en dirección este-oeste y la otra en la dirección norte-sur, los cuales se reflejan nuevamente a un punto común. Michelson y Morley en lugar de medir la diferencia extremadamente pequeña en los intervalos de tiempo, superpusieron los haces luminosos en su regreso al origen con el objetivo de que formaran un patrón de interferencia, y buscaron la evidencia de una diferencia entre las velocidades este-oeste y norte-sur en el patrón de desfasamiento de pequeñas fracciones de una longitud de onda entre los dos haces.

Para lo que querían encontrar, el experimento fue un fracaso, pero este fracaso fue de tal manera que después se demostró que había sido un éxito. El experimento falló en el sentido de detectar la diferencia de tiempo necesaria para que la luz recorriera las trayectorias paralela y perpendicular al movimiento de la tierra. Se realizó el experimento varias veces y en diferentes épocas del año, y en todos los casos los resultados fueron los mismos: *el movimiento de éter no era detectable, es decir, carecía de propiedades medibles*.

La ausencia de éter llevó a los físicos a concluir que no existe un marco absoluto o universal de referencia. También llegaron a la conclusión de que el éter debería ser arrastrado por la superficie de la Tierra y que por esta razón no se encontraba ningún efecto en el experimento de Michelson-Morley.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL No. 1

NOMBRE: INTERFERÓMETRO MICHELSON

OBJETIVO

Manejar el Interferómetro de Michelson y detectar patrones de interferencia para dos haces de luz que se superponen.

Dicho dispositivo cuenta con un espejo semiplateado que tiene la propiedad de reflejar la mitad de la luz incidente y transmitir la otra mitad.

PROCEDIMIENTO

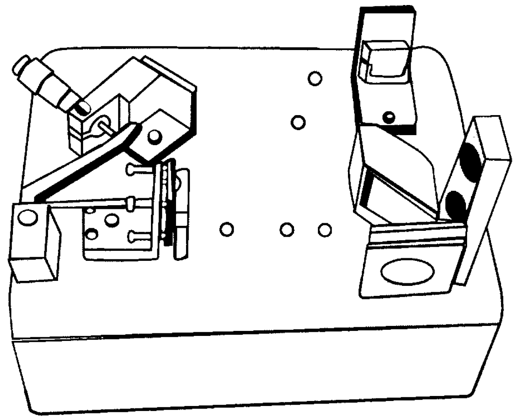
Debes leer las instrucciones para el uso del dispositivo.

Ajusta el aparato de manera que la luz emitida por la fuente luminosa proyecte un haz brillante.

Cuando hayas realizado la lectura del instructivo procede a proyectar el rayo luminoso en el espejo plateado que se encuentra frente a la lámpara. Como el haz luminoso es dividido por el espejo en dos partes iguales, entonces la mitad de la luz se mueve en una trayectoria y la otra mitad en la otra. Por reflexión, la luz regresa por las trayectorias originales y puedes examinarla observando a través del mismo espejo, pero colocándote a 90° de la fuente de luz.

Como la luz es un movimiento ondulatorio, los dos haces parten con la misma fase, es decir, con el mismo tiempo.

Si los haces regresan al mismo tiempo, entonces el tiempo necesario para los dos recorridos es igual.



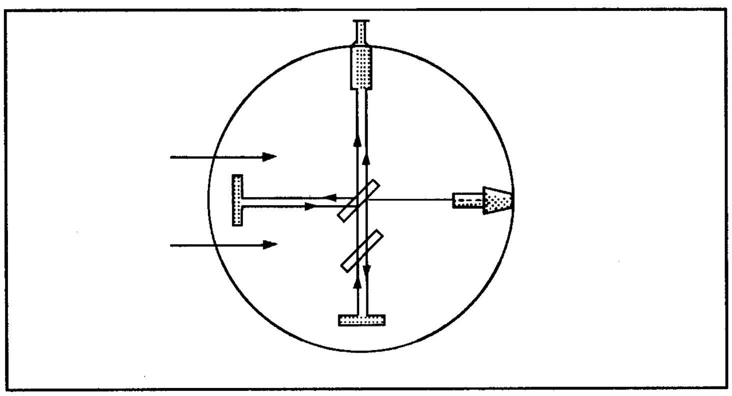


Figura 7. Diagrama esquemático del Interferómetro del experimento de Michelson-Morley.La placa de vidrio transparente tiene por objeto conseguir que ambos rayos atraviesen los mismos espectros de aire y vidrio.

¿A qué resultados crees que llegaron?

Varias veces repitieron el experimento, porque los resultados que presupusieron debían resultar no se obtenían. Otros contemporáneos de ellos también se dieron a la tarea de realizar el experimento, con los mismos resultados: *no se detectaba eléter*.

1.2.5 Postulados de la Teoría Especial de la Relatividad

Hemos dicho anteriormente que la teoría especial de la relatividad fue el resultado de analizar las consecuencias físicas que implicaba la ausencia de un marco inercial de referencia, y que dicha teoría estudia los procesos físicos de aquellos fenómenos en los que intervienen marcos de referencia en movimiento a velocidades constantes (incluyendo los fenómenos electromagnéticos), y los casos en los que los marcos de referencia se mueven uno con respecto al otro con traslación uniforme.

Fue así como Einstein estableció los siguientes dos postulados de la relatividad especial:

1. Las leyes físicas deben tener el mismo significado (deben ser expresadas mediante ecuaciones de la misma forma), en todos los sistemas que se muevan a velocidad constante unos respecto a otros.

2. La velocidad de la luz en el vacío es independiente del movimiento de su fuente y por lo tanto, tiene el mismo valor para todos los observadores, independientemente de si se mueve o no.

Uno de los grandes triunfos de la Física Moderna, fue la confirmación experimental de estos dos postulados.

1.2.5.1 Principio de la relatividad en sentido restringido

Manteniendo los principios de la relatividad y mediante el análisis de los conceptos físicos de espacio y tiempo, la teoría ha demostrado que en realidad no existe incompatibilidad alguna entre el principio de relatividad y la ley de propagación de la luz, y que por el contrario, si se mantienen de una manera firme y sistemática esos principios, se llega al establecimiento de una teoría sólida y sistemática de esos principios que de manera lógica se salva de cualquier objeción.

A dicha teoría se le ha dado el nombre de **Teoría de la Relatividad Restringida**.

Por todo lo que hemos venido analizando, queda de manifiesto que la teoría de la relatividad surgió de la electrodinámica y de la óptica, en cuyos dominios, si bien no ha cambiado los enunciados de la teoría, si ha simplificado considerablemente el edificio teórico; es decir, la derivación de las leyes, de las hipótesis independientes sobre las cuales se apoya.

La relatividad en sentido restringido (que así la llamó Einstein), no es más que el establecimiento de que:

Toda ley de naturaleza debe ser tal que se transforme en una ley de la misma forma cuando en vez de las variables **espacio-tiempo**, x, y, z, t; de cualquier sistema de coordenadas primitivo S (sistema original), se introducen nuevas variables de **epsacio-tiempo** dadas por x', y', z', t' del sistema de coordenadas S', en el cual la relación matemática entre las magnitudes del sistema original y el sistema primado estén dadas por una transformación llamada **Transformación de Lorentz**.

¿En qué consiste dicha transformación? Y ¿Por qué es tan importante?

1.3 LA TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ

Siguiendo a Einstein se considera que no tiene sentido considerar la existencia de un éter si no hay manera de detectarlo.

Pero históricamente se necesitaron una serie de trabajos e investigaciones teóricas, pues no era tan comprensible para los científicos de la época el aceptar que el éter no era detectado.

Conjugando los dos postulados de la relatividad se obtienen las leyes de transformación para las coordenadas rectangulares **x**, **y**, **z**, y el tiempo **t**, de cualquier acontecimiento que constituye los procesos de la naturaleza, pero el resultado obtenido no fue la transformación de Galileo sino una corrección a las transformaciones de Galileo hecha por H. A. Lorentz, quien afirmó que los objetos en movimiento se contraen en la dirección del movimiento a través de éter. Se conoce como la *contracción de Lorentz*.

Uno de los primeros en estudiar las implicaciones del experimento de Michelson-Morley fue el gran físico holandés Hendrik Anton Lorentz (1853-1928). De hecho Lorentz se propuso salvar la existencia del éter y para ello lo hizo a costa de postular una variación en las dimensiones de las varas de medir al moverse a través del éter. Su trabajo se publicó diez años antes de que Einstein creara la Teoría Especial de la Relatividad.

Quedamos en que los experimentos de Michelson-Morley fueron un fracaso aparente. No fue así, ya que debido a la resistencia de los físicos de la época a aceptar tal evidencia experimental, un físico teórico fio una explicación para que fuera consistente con lo aceptado hasta entonces.

Veámoslo ubicándonos en aquella época:

Antes de teoría de la relatividad, los físicos supusieron tácitamente que el significado de los datos temporales era absoluto; es decir, independiente del estado de movimiento del cuerpo de referencia.

Pero ya vimos que esa suposición es incompatible con la de simultaneidad entre la ley de propagación de la luz y el principio de relatividad.

Entonces, ¿cuáles son los valores de **x’**, **y’**, **z’**, **t’**, de un suceso con respecto **S’**, que no coincidad con **x**, **y**, **z**, **t**, y que nos den las magnitudes de **x**, **y**, **z**, **t**, con respecto a **S**?

La cuestión la resolvemos tomando en cuenta que las relaciones tienen que elegirse de tal manera que la ley de propagación de la luz en el vacío se satisfaga para un mismo rayo de luz (y desde luego para todo rayo), con relación a S´ y a S.

Cuando analizamos el caso del tren solamente, consideramos acontecimientos que ocurren a lo largo de una línea recta ya que visto así, y desde el punto de vista matemático, el terraplén representa una línea recta, y hemos considerado que los acontecimientos ocurren a lo largo de él.

Es desde luego natural que todo acontecimiento se realiza en un espacio tridimensional y por lo tanto podemos suponer lo siguiente:

Supongamos que el cuerpo de referencia se encuentre prolongado hacia los lados, hacia arriba y hacia abajo.

Para la orientación espacial relativa de los sistemas de coordenadas, el problema se resuelve mediante las ecuaciones siguientes.

Recuerda que la Mecánica Clásica se basa principalmente en las siguientes hipótesis.

> Que el intervalo de tiempo entre dos acontecimientos es independiente del estado de movimiento del cuerpo de referencia, y que la distancia espacial entre dos cuerpos, para un cuerpo rígido, es independiente del estado de movimiento del cuerpo de referencia.
>
> Lo anterior lleva a una aparente incompatibilidad entre la ley de propagación de la luz y el principio de relatividad.

¿Crees que exista una manera de conciliarlas?

Estarás de acuerdo que para ello debemos modificar el razonamiento de tal manera que desaparezca la contradicción aparente entre esos resultados que son producto de la experiencia.

Nuevamente utilicemos los lugares y los tiempos considerados con respecto al tren y con respecto al terraplén.

Pero, una vez conocidos el lugar y el tiempo de un acontecimiento con respecto al terraplén, ¿cómo se puede determinar el lugar y el tiempo con respecto al tren? ¿Habrá alguna manera de responder la pregunta cuya respuesta sea tal que la ley de propagación de la luz en el vacío no contradiga al principio de relatividad?

De ser así, entonces estarás de acuerdo en que debe existir una relación de los acontecimientos particulares entre el lugar y el tiempo, con respecto a los dos cuerpos de referencia, de tal manera que todo rayo de luz posea la misma velocidad de propagación **c**, tanto con respecto al terraplén como con respecto al tren.

Para resolver el problema debe encontrarse, o formularse una ley o regla de transformación de las magnitudes espacio-temporales con las propiedades de que sea válida para un acontecimiento cuando pasa de un cuerpo de referencia al otro.

Si en la orientación relativa de los sistemas de coordenadas, los ejes de las x de los dos sistemas coinciden de una manera permanente, debemos dividir el problema, primero considerando solamente los acontecimientos localizados sobre el eje de las x, de tal manera que un acontecimiento quede representado con respecto al sistema de referencia **S** por la abscisa **x** y el tiempo **t**; mientras que con respecto al sistema de referencia **S'** queda representado por la abscisa **x'** y el tiempo **t'**.

Lo que debemos es encontrar los valores de **x'** y **t'** cuando conocemos a **x** y a **t**.

Si una señal luminosa avanza a lo largo del eje positivo de las **x**, se propagará de acuerdo con la ecuación **x = ct**, es decir que **x – ct = 0**.

Como la misma señal luminosa se propaga con respecto al sistema de coordenadas **S'**, con la misma velocidad **c**, entonces con respecto a **S'**, el rayo luminoso se propaga de acuerdo con la ecuación **x' – ct = 0**.

Los acontecimientos espacio-temporales que satisfacen la ecuación para el sistema **S**, también deben satisfacer las ecuaciones para el sistema **S**, por sólo un factor que nos represente el hecho de que uno de los sistemas se está moviendo. Esto se cumple con la relación:

$$(x' - ct') = \lambda(x - ct) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{①}$$

λ representa una constante. Esto es porque si no lo hacemos así, entonces la anulación de $(x - ct) = 0$ implicaría la anulación de $(x' - ct')$.

De manera análoga, si los rayos luminosos se propagan a lo largo de los ejes en el sentido negativo, el resultado de la relación será:

$$(x' + ct') = \mu(x + ct) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{②}$$

Al sumar (o restar) las ecuaciones ① y ② se tiene:

$$(x' - ct') + (x' + ct') = \lambda\,(x - ct) + \mu(x + ct)$$

$$2x' = x(\lambda + \mu) + ct(\mu - \lambda)$$

por lo que:

$$x' = \frac{x(\lambda + \mu}{2} + \frac{ct(\mu - \lambda)}{2}$$

para simplificar operaciones, hagamos:

$$a = \frac{(\lambda + \mu)}{2}$$

$$b = \frac{(\mu - \lambda)}{2}$$

entonces:

$$x' = ax - b(ct) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{③}$$

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

Resta ahora las ecuaciones y sustituye nuevamente **a** y **b**, luego despeja a **ct'** en el lado derecho de la ecuación.

¿Cuál fue el valor al que llegaste?

Si tu resultado fue:

$$ct' = a(ct) - bx \qquad \text{④}$$

entonces encontraste el resultado correcto.

Con las ecuaciones ③ y ④ se puede resolver, siempre y cuando se conozcan las constantes a y b.

¿Cómo se obtienen los valores de las constantes a y b?

Hagámoslo.

Para el origen del sistema de coordenadas S', se tiene permanentemente que:

$$x' = 0$$

por lo tanto, de acuerdo con la ecuación ③,

$$0 = ax - b(ct),$$

significa que:

$$ax = b(ct),$$

es decir que:

$$x = \frac{bc}{a}t.$$

Si designamos por **v** a la velocidad con la cual el origen del sistema de coordenadas S' se mueve con respecto al sistema de coordenadas K, entonces:

$$\frac{x}{t} = \frac{\frac{(bc)t}{a}}{t} = \mathbf{v}$$

lo que da:

$$\mathbf{v} = \frac{bc}{a} \quad \text{..} ⑤$$

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

PROBLEMA

Calcula el mismo valor para **v**, a partir de las ecuaciones ③ y/o ④, pero ahora con respecto al sistema de coordenadas S, de otro punto del sistema S'; o bien la velocidad en el sentido negativo de las x, de un punto del sistema S, con respecto al sistema S'.

Escribe todos los pasos algebraicos necesarios para obtener el resultado.

Resultado:

Por el resultado de la ecuación ⑤ y el obtenido por ti, se puede concluir que **v** representa la velocidad relativa de los dos sistemas.

Por otra parte, de acuerdo con el Principio de la relatividad, es claro que la longitud del sistema de coordenadas S, de una regla de magnitud unidad que se mide cuando se encuentre en reposo con respecto al sistema S', debe ser exactamente la misma que la longitud en el sistema S' de una regla de la misma unidad de medida, que se encuentre en reposo con respecto al sistema S.

Para determinar cómo se presentan en el sistema S, los puntos del eje de las x', es necesario que consideres una especie de *fotografía instantánea* del sistema S' y del sistema S; lo cual significa que se debe de introducir para t (tiempo del sistema S), un valor determinado, por ejemplo t = 0.

Entonces de la ecuación

$$x' = ax - b(ct)$$

se obtiene

$$x' = ax$$

¿Qué crees que signifique esta última relación?

La última relación nos está indicando que dos puntos del eje de las x', que se encuentran separados por la distancia x' = 1, medida en el sistema S', están separados en nuestra *fotografía instantánea* por la distancia

$$\Delta x = \frac{1}{a}.$$

Pero, ¿qué ocurrirá si tomas la *fotografía instantánea* desde el sistema S'?

Al tomar la *fotografía* desde el sistema S' con t' = 0, entonces realizando las operaciones resulta:

$$X' = ax - b(ct)$$

y

$$ct' = a(ct) - bx$$

para

$$t' = 0, \quad act = bx$$

donde resulta que

$$t = \frac{bx}{ac}$$

y por lo tanto

$$x' = ax - bc\left(\frac{bx}{ac}\right)$$

$$= \left(a - \frac{bc}{a}\left(\frac{b}{c}\right)\right)x$$

pero como

$$\mathbf{v} = \frac{bc}{a} \text{ implica que } \mathbf{v}a = bc$$

y por lo tanto

$$\frac{\mathbf{v}a}{c} = b \text{ implica que } \frac{b}{c} = \frac{\mathbf{v}a}{c^2}$$

que al sustituir en el último valor para x' tenemos:

$$x' = \left(a - \mathbf{v}\left(\frac{\mathbf{v}a}{c^2}\right)\right)x = a\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)x$$

De la última relación se concluye que dos puntos dl eje de las x, separados por la distancia 1 (con respecto al sistema S), tienen en nuestra *fotografía instantánea* la distancia:

$$\Delta x' = a\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)$$

Debes tener presente que las dos instantáneas deben ser idénticas, y por lo tanto el incremento $\Delta x = \frac{1}{a}$ tiene que ser igual al incremento $\Delta x'$.

De tal manera que resulta $$a^2 = \frac{1}{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}$$

es decir que $$a = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

Las ecuaciones $$\mathbf{v} = \frac{bc}{a}, \quad \text{y} \quad a^2 = 1\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)^{-1}$$

nos determinan las constantes a y b que buscábamos.

Al sustituir los valores de esas constantes en las ecuaciones para x’ y para ct’, tenemos:

$$x' = \frac{x - \mathbf{v}t}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} \quad ;$$

$$t' = \frac{(t - \frac{\mathbf{v}x}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}$$

Es así como hemos obtenido las transformaciones de Lorentz para los acontecimientos que ocurren sobre el eje de las x, agregando las relaciones

$$y = y'$$
$$z = z'$$

sistema de ecuaciones que se conoce como **Transformación de Lorentz**.

Observa la siguiente figura:

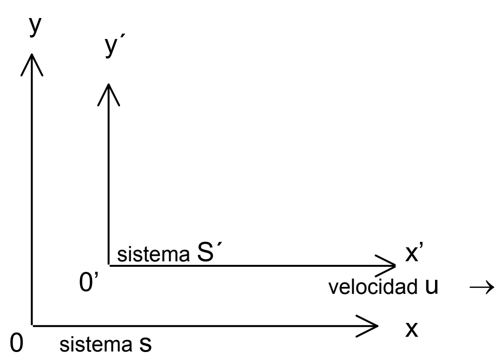


Figura 8. Coordenadas en el sistema S y S’.

¿Se pueden usar éstas transformadas para eventos que se desplacen con velocidades muy pequeñas comparadas con la velocidad de la luz?

Estarás de acuerdo de que si en lugar de haber partido de la ley de propagación de la luz lo hubiéramos hecho partiendo de la vieja Mecánica, sobre el carácter absoluto de tiempos y longitudes, a las transformaciones a las que habríamos llegado serían:

$$x' = x - \mathbf{v}t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

Sistema que se conoce, ya lo hemos dicho antes, como **transformación Galileana**.

Si en la transformación de Lorentz igualamos la velocidad de la luz **c**, a un valor mucho muy grande en comparación con la velocidad **v**, se obtiene la transformación de Galileo.

¿Cómo será dicha relación? ____

Toma en cuenta que el cociente entre la velocidad **v** y la velocidad **c** debe ser muy pequeño.

EJEMPLO

Este ejemplo s para que te des cuenta que de acuerdo con la transformación de Lorentz, la ley de propagación en el vacío se cumple tanto para el cuerpo de referencia S, como para el cuerpo de referencia S'.

Se envía un rayo luminoso a lo largo del eje x positivo, el rayo se propaga con la velocidad c según:

$$x = ct$$

De acuerdo con las ecuaciones de la transformación de Lorentz, la anterior relación entre x y t determina una relación entre x' y t'.

Si en la transformación de Lorentz se sustituye el valor de $x = ct$, en x' tendremos las siguientes relaciones:

$$x' = \frac{(c - \mathbf{v})t}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{(1 - \frac{\mathbf{v}}{c})t}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}$$

De las cuales se sigue inmediatamente despejando a t, que:

$$X' = ct'$$

Ésta última es la relación por la que se rige la propagación de la luz cuando se refiere al sistema S'.

Por lo tanto hemos mostrado que la velocidad de propagación de la luz relativa al cuerpo de referencia S' también es igual a c.

Lo mismo sucederá para cualquier rayo de luz que se mueva en cualquier otra dirección.

Lorentz con su transformación demostró que las fórmulas fundamentales del electromagnetismo son las mismas en todos los marcos de referencia. Años más tarde, Einstein descubrió su pleno significado.

¿Cómo se obtienen las transformaciones del sistema S’ al sistema S?

Para ello, lo que tienes que hacer en las ecuaciones de transformación de Lorentz es sustituir los valores con comillas por valores sin comillas, y **v** por **-v**, lo cual nos da las ecuaciones de:

Transformación inversa de Lorentz

Para transformar las relaciones del sistema de coordenadas S, los únicos cambios que debemos hacer en las ecuaciones de transformación de Lorentz, consisten en sustituir los valores con comillas por los valores sin comillas, y el valor de **v** por **-v**, quedándonos las ecuaciones de la transformación inversa de Lorentz de la siguiente manera:

$$x = \frac{x' + \mathbf{v}t'}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$
$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{\mathbf{v}x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}$$

1.4 LA CONTRACCIÓN DE LORENTZ-FITSGERALD

Las transformaciones de Lorentz nos indican:

1. Que las mediciones del lugar y del tiempo dependen del marco de referencia del observador, de tal manera que dos acontecimientos que ocurren simultáneamente en un marco en lugares diferentes no tienen por qué ser simultáneos en otro.

2. Que las ecuaciones de Lorentz se pueden reducir a las ecuaciones de Galileo, cuando la velocidad relativa **v** de S y S', es pequeña con respecto a la velocidad de la luz **c**.

Durante los años 1890, el físico irlandés G. F. Fitzgerald y el físico holandés Hendrik Anton Lorentz (1853 – 1928), propusieron independientemente la hipótesis de que el resultado negativo del experimento de Michelson-Morley podía explicarse si la longitud de cualquier objeto material se contraría por la fracción

$\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}$ en la dirección de su movimiento a través del éter.

Lo que estaba sugiriendo era la posibilidad de una contracción física real de los cuerpos en movimiento con velocidades cercanas a la de la luz. Este efecto se conoce como **contracción de Lorentz-Fitzgerald**. Años después, Einstein en el examen de las definiciones operacionales de longitud y tiempo dio exactamente la misma fórmula algebraica.

LA conclusión de Fitzgerald era, que si un cuerpo se mueve a velocidades cercanas a la de la luz, se contrae en la dirección del movimiento; la extendió, y encontró relaciones matemáticas para describir el aumento en la masa, la contracción de la longitud y la dilatación del tiempo de un cuerpo en movimiento, que son la base de la teoría de la relatividad especial.

1.4.1 Comportamiento de las Varillas Rígidas y Cuerpos en Movimiento

¿Cuál será la longitud de la varilla respecto a un marco de referencia S'
que se mueve paralelamente a la varilla con velocidad **v**?

Analicémoslo:

Si L_0 es la longitud respecto al marco de referencia S en reposo, y L es la longitud en el marco de referencia S' que se mueve con velocidad **v**.

Para que te quede más clara la idea, *imagínate que* puedes observar la longitud (horizontal) de una viga que está colocada justo a un lado de la carretera; para los casos ene que estás colocado en el suelo, a un lado de la viga, y luego cuando pasas junto a ella en coche se mueve a gran velocidad.

Para calcular la longitud L, debes utilizar la Transformación de Lorentz, para pasar del marco de referencia S al marco de referencia S'.

En el marco de referencia S:

$$L_0 = x_2 - x_1,$$

es decir que si lo expresamos como parejas ordenadas:

$$(x_2 , t) , (x_1 , t)$$

Se mide al mismo tiempo en S.

Mientras que en el S' es:

$$L = x'_2 - x'_1$$
$$(x'_2 , t'), (x'_1 , t')$$

Se mide al mismo tiempo en S'.

Por lo tanto $$x_1 = \frac{x'_1 + v \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x^2 = \frac{x'_2 + v \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

por lo que:

$$L_0 = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + v \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + v \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

que al realizar las operaciones nos queda:

$$L_0 = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pero si recuerdas:

$$L = x_2' - x_1'$$

por lo que

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Si realizas las operaciones para L, o despejando directamente de la relación anterior, encontrarás que:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{v^2}}$$

La última relación se conoce como la **Contradicción de Lorentz-Fitzgerald** y lo que nos está diciendo, es que la longitud de un objeto que se encuentra en movimiento con respecto a un observador, le parece más corta que cuando está en reposo.

Recuerda que las velocidades relativas de S y S' pueden ser: bien que el observador sea el que se mueva, o que quien se mueva sea el objeto y el observador esté en reposo.

Si en lugar de la varilla lo que te interesa es calcular la longitud de un cohete, debes proceder de la siguiente manera:

Si L_0 es la longitud del cohete antes del lanzamiento, es decir cuando está en reposo:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Si tú te vas en el cohete, ¿cuál será la longitud que observas
de los objetos que se encuentran en la tierra?

Si vas en el cohete, cuya velocidad es **v**, estarás de acuerdo en que tu velocidad es la misma que la del cohete, y para ti los objetos te parecerán más cortos por el factor:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \ .$$

Por todo lo anterior se puede concluir que:

La longitud de un objeto es máxima cuando de mide en un marco de referencia con respecto al cual nos parece estacionario, y su longitud es menor cuando se mide en un marco de referencia con respecto al cual se mueve.

EJEMPLO:

Imagínate una varilla rígida, situada a lo largo del eje positivo de las x, en el marco de referencia S.

Si tu varilla rígida es de 1 m de longitud, que la colocas sobre el eje de las x de l sistema S', de tal manera que uno de sus extremos (por ejemplo el origen), coincida con el punto x' = 0, y el otro extremo con el punto x' = 1. ¿Cuál crees que será la longitud de la regla con respecto al sistema S?

Los extremos de la varilla se colocan al mismo tiempo t': (0, t'), (1, t').

Para saberlo tienes que contestarte primero la pregunta de dónde se encuentra el origen y el otro extremo de la regla, con respecto al sistema S, en un instante determinado del marco de referencia del sistema S.

De acuerdo con la primera de las ecuaciones de transformación de lorentz, los valores de esos puntos, para el tiempo t son:

$$X_{(\text{origen de la regla})} = 0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\text{ , donde 0 significa origen.}$$

$$X_{(\text{fin de la regla})} = 1\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Luego entonces:

La distancia entre esos dos puntos es igual a: $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Pero con respecto a S, la regla se mueve con la velocidad **v**. Por lo que podemos concluir que:

> La longitud de una regla rígida que mide un metro y se mueve con velocidad **v** en su sentido longitudinal, es igual a:
>
> $L = L_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ (metros), visto desde un observador en reposo.

La regla rígida en movimiento, es por tanto, más corta que la misma regla en reposo, y será tanto más corta mientras más rápido sea su movimiento.

Para la velocidad **v = c**, la expresión $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ es igual a cero.

En el caso de velocidades todavía mayores a c, el valor del radical se hace un número imaginario, lo cual para el caso no tiene sentido.

La relatividad prohibe velocidades mayores a c

Ahora ya puedes concluir que:

En la teoría de la relatividad, la velocidad c desempeña el papel de ser una velocidad límite, que no puede ser alcanzada por un cuerpo real y que, menos aún podrá ser superada.

Debes tener siempre en cuenta, que el papel de la velocidad c como una velocidad límite, resulta de las propias ecuaciones de la transformación de Lorentz, ya que dichas ecuaciones carecen de sentido si se da a **v** un valor mayor de c.

Si por el contrario hubieras considerado una regla colocada en el eje de las x, el cual se encuentra en reposo con respecto al sistema S, habrías encontrado entonces que su longitud, con respecto al sistema S', sería igual a

$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$; lo cual está completamente de acuerdo con el principio de relatividad.

Comprenderás que es evidente que de las ecuaciones de transformación se debe también de extraer información del comportamiento de los relojes, ya que en dichas ecuaciones aparece el tiempo. ¿Por qué?

Si sólo te hubieras basado en las transformaciones de Galileo, no habrías obtenido un acortamiento de la regla a causa de su movimiento. ¿Pasará lo mismo para el tiempo?

Explica por qué: ____

____

____

1.4.2 Dilatación del Tiempo

Los intervalos de tiempo también sufren una transformación desde el marco de referencia de la Teoría de la Relatividad, y son de tal manera que todo reloj que se mueva con respecto a un observador que se encuentre en reposo, parece que tiene un tic-tac más lento que cuando ambos (observador y reloj) se encuentran en reposo.

Para que te quede más claro, considera un reloj, el cual se encuentra en reposo, de una manera permanente, en el origen $x' = 0$ del sistema de coordenadas S'; luego considera el intervalo para $t'_1 = 0$, y para $t'_2 = 1$, como dos medidas consecutivas del reloj.

Nota que los eventos (0, 0) y (0, 1) ocurren en la misma posición $x' = 0$.

Para ver cómo se realiza la dilatación del tiempo, considera que el reloj está situado en el punto x' del marco de referencia en movimiento, cuando en el marco S' la lectura del tiempo es t'_1; mientras que para el observador en S, encontrará que la lectura es t_1, por lo que según la ecuación de transformación de Lorentz para el tiempo resulta:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

después de un intervalo de tiempo t_0, para un observador situado en el marco de referencia en movimiento, encuentra que ahora el tiempo es t'_2, según su reloj, es decir:

$$t'_0 = t'_2 - t'_1$$

Sin embargo, el observador situado en el marco de referencia en reposo S, mide para el final del mismo intervalo un tiempo diferente cuyo valor está dado por:

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

por lo que para dicho observador S la duración del intervalo de tiempo t será:

$$t_0 = t_2 - t_1$$

sustituyendo los valores de t_2 y de t_1 y realizando las operaciones tenemos:

$$t_0 = \frac{t_2^{'} - t_1^{'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pero como $t_2^{'} - t_1^{'} = t_0^{'}$, relación anterior queda, ya simplificada como:

$$t_0 = \frac{t_0^{'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ : dilatación del tiempo.}$$

Si analizas esta última relación, nuevamente aparece el factor:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Si realizamos las mediciones como es común realizarlas en laboratorio, para estas dos posiciones, de las ecuaciones de transformación de Lorentz tienes que:

Con respecto al sistema de coordenadas S, que hemos venido manejando, el reloj se mueve con la velocidad **v**. y con respecto a este cuerpo de referencia, el intervalo de tiempo que separa a esos dos eventos consecutivos no será de un segundo si no de:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ segundos.}$$

Es decir, que es un intervalo de tiempo un poco mayor. A causa de su movimiento, el reloj camina un poco más lento que cuando se encuentra en estado de reposo.

Resulta que también en esta último caso, la velocidad de propagación de la luz en el vacío c, desempeña el papel de velocidad límite, que es imposible de alcanzar.

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

1. Realiza un análisis por escrito de contracción y/o dilatación de la longitud de una viga (o varilla), cuando vas dentro de un carro que se desplaza a gran velocidad.

2. Haz lo mismo para los relojes que están colocados sobre el cuerpo en movimiento y en la orilla de la carretera.

Resuelve los problemas en tu cuaderno de notas y luego con tu maestro analiza el resultado que obtuviste.

Ya sabes que las coordenadas de los extremos de la varilla, en el sistema S está dado por $L_0 = x_2 - x_1$, donde L_0 es la longitud de la varilla con respecto al cual se ve l_0 en reposo.

Ten presente que la contracción relativista nunca la vas a observar para las velocidades ordinarias a las que estamos acostumbrados, porque sólo son observables a velocidades cercanas a la velocidad de luz en el vacío.

Cuando quieras encontrar la razón de longitud de una varilla en movimiento en un marco de referencia S', con respecto a un marco de referencia en reposo S, debes suponer que la longitud de la varilla en el marco en reposo tiene el 100% de su longitud original, es decir 1. ¿Estás de acuerdo?

Luego calculas $\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

EJEMPLO:

Si la velocidad de un objeto es de 2,000 km/s, ¿cuál será el acortamiento que produce?

SOLUCIÓN:

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{(2{,}000\ \text{km/s})^2}{(300{,}000\ \text{km/s})^2}} \quad = \quad \sqrt{1 - \frac{4 \times 10^6}{9 \times 10^{10}}} = 0.9964$$

Es decir que $\frac{L}{L_0}$ es aproximadamente el 99.64 %.

Como te das cuenta, una velocidad de 2,000 km/s es muy grande comparada con las velocidades a las que estamos acostumbrados, y sin embargo el acortamiento que sufre es menos del 1%.

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

¿En cuánto se acortará un objeto que se desplaza a 0.90 veces la velocidad de la luz?

Recuerda que lo que debes calcular es $\frac{L}{L_o}$

Otro hecho importante que debes tener en cuenta acerca de la contracción de Lorentz-Fitzgerald, es que sólo tiene lugar en la dirección del movimiento; es decir, en la componente de las coordenadas a la cual **v** es paralela.

Otro ejemplo de aplicación:

Un hecho importante, que sorprendió a los científicos porque se verificaba la dilatación del tiempo, fue la desintegración de los mesones μ^*, los cuales se producen en la alta atmósfera por la acción de los rayos cósmicos que llegan a la tierra procedentes del espacio exterior y alcanzan la superficie terrestre en grandes cantidades.

La velocidad característica de los mesones es de 2.994 x 10^8 m/s, que corresponde a 0.998 la velocidad de la luz.

La vida media del mesón es de t_0 = a x 10^{-6} segundos.

Si usamos la teoría clásica para calcular la distancia vertical que recorre, tendremos:

La distancia **y,** que recorre en ese tiempo, está dada por la ecuación:

$$y = \mathbf{v}t_0 = (2.998 \times 10^8 \text{ m/s})\,(2 \times 10^{-6} \text{ s}) = 600 \text{ m}$$

Evidentemente que el resultado está equivocado, ya que la mayor producción de los mesones μ ocurre en la estratosfera, la cual comienza a una altura sobre el nivel del mar de entre 9,000 a 12,000 m (dependiendo de la latitud).

¿Cómo resolverás el problema?

Para obtener un resultado correcto, debes resolver el problema desde el marco de referencia de la teoría de la relatividad especial.

Haremos el análisis desde el punto de vista del mesón, cuya media es de 2x 10^{-6} s, es decir, que su distancia a la tierra se ve acortada por:

$$\frac{y}{y_0} = \sqrt{1 - \frac{(2.99 \times 10^8 \text{ m/s})^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{(0.998\, c)^2}{c^2}}$$

$$\text{es decir:} \quad \sqrt{1 - (0.998)^2} = 0.0632 \cong 6\%$$

* Ver significado en el glosario.

Pero la distancia de 600 m, que es la distancia máxima en la cual el mesón puede existir, según su propio marco de referencia, tenemos que:

Como **v** = 0.998C, antes de desintegrarse, ¿cuál será la distancia y_0 que recorre en nuestro marco de referencia de la tierra?

SOLUCIÓN:

$$y_0 = \frac{y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c}}} = \frac{600}{\sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}}$$

que realizando las operaciones nos resulta:

$$y_0 = \frac{600}{\sqrt{1 - 0.99604}} = \frac{600}{0.06324} \cong 9493.6 \text{ m}$$

resultado que se aproxima, pues está de acuerdo con los datos tomados por los satélites metereológicos.

Desde el marco de referencia del suelo, la altura a la que el mesón es producido es $\mathbf{y_0}$ y, según lo visto anteriormente, su tiempo de vida se alarga desde nuestro marco de referencia, debido al movimiento relativo, cuyo valor está dado por:

$\frac{t}{t_0}$, que al sustituir en ella los valores correspondientes nos resulta:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}}$$

y realizando las operaciones nos resulta:

$$t = \frac{2 \times 10^{-6} \text{ s}}{0.00632} \cong 31.6456 \times 10^{-6} \text{ s}$$

Este tiempo resulta ser casi 16 veces mayor que 2 x 10^{-6} s, que es el considerado cuando estamos en reposo.

Ahora sí puedes sustituir a t en la relación $y_0 = \mathbf{v}\, t$, para la velocidad del mesón de 0.998c, entonces te quedará:

$$y_0 = \mathbf{v}\, t = (2.994 \times 10^8 \text{ m/s})\ (31{,}7 \times 10^{-6} \text{ s}) \cong 9{,}500 \text{ m}$$

Recuerda que la relatividad del tiempo está relacionada con la existencia de la velocidad límite.

La paradoja de los gemelos

> Dos hermanos gemelos deciden realizar la siguiente experiencia que consiste en que uno de ellos, que es astronauta, se aleja en su cohete a gran velocidad, mientras que su hermano se queda en tierra. Ambos sincronizaron sus relojes para que marcaran el mismo tiempo. El astronauta ve que su reloj marcha más lentamente que el reloj de su hermano que está en la tierra, por lo tanto piensa que se mantiene más joven y con alegría exclama: ¡Al regresar a la Tierra seré más joven que mi hermano gemelo!
>
> El gemelo del astronauta observa que quien se va alejando a gran velocidad de la nave es él y por lo tanto observa que su reloj camina más lentamente que el de su hermano gemelo y exclama: ¡Cuando regrese mi hermano yo estaré más joven!

¡Qué contradicción!

¿Será posible que cada uno de los gemelos sea más joven que el otro?

Discute la respuesta con tu asesor. ____

____

____

Veamos que no existe ninguna contradicción:

Cada gemelo va comparando su reloj con el reloj del otro (sistema), por lo que no resulta raro que el reloj de cada uno marche más lentamente que el del otro. Entonces cada uno puede decir que es más joven que el otro, es decir, que los efectos son los mismos para ambos gemelos. ¿Por qué? El primer postulado de la relatividad establece que todas las leyes de la Física son las mismas para todos los sistemas inerciales. Cuando se alejó el astronauta tuvo que acelerar la nave y de regreso debió frenarla; es decir que el sistema está acelerado. *Todo sistema que se acelera deja de ser inercial*. Como la nave se convirtió, aunque sólo momentáneamente en un sistema no inercial, el gemelo de la nave regresa más joven.

1.4.3 Relatividad de la Masa

Por lo analizado anteriormente, te diste cuenta que la teoría de la relatividad restringida surgió de la electrodinámica y de la óptica. La relatividad ha otorgado a la teoría de Maxwell-Lorentz un grado de evidencia tal, que los físicos han tenido que aceptarla.

Pero ¿qué pasa con la masa, que es una de las cantidades elementales de la Física?

Si te interesa saberlo, es recomendable que continúes leyendo este Fascículo.

Einstein en uno de sus artículos, afirmaba que uno de los resultados más importantes, de carácter general, al que condujo la Teoría de la Relatividad Restringida, se refería a la noción de masa.

Veamos en qué consiste la relatividad de la masa,

Uno de los resultados más famosos e importantes de la relatividad especial es el expresado por la fórmula $E=mc^2$.

¿Cómo fue que llegó a ellos Einstein?

Recuerda que la Mecánica Clásica se había desarrollado suponiendo que el espacio y el tiempo eran absolutos, pero de acuerdo con la relatividad es falso. Para que las leyes del movimiento de Newton estén de acuerdo con la Teoría Especial de la Relatividad, fue necesario modificar dichas leyes cuando los cuerpos se mueven a velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

¿Cuáles fueron esas modificaciones?

Para que lo comprendas, iniciemos el análisis con la segunda ley de Newton.

Según la 2ª ley de Newton, cuando una fuerza **F** actúa sobre un cuerpo, éste experimenta una aceleración **a**, es decir que le ocasiona un cambio en su velocidad con el tiempo de acuerdo con la relación:

$$\boxed{F = m\,a}$$

Más adelante veremos esta expresión para el caso relativista.

Donde **m** es la masa inercial del cuerpo, y la masa inercial es una medida de la resistencia que presentan los cuerpos al cambio de velocidad.

Para que comprendas el concepto de *masa inercial*, imagínate que le das el mismo empujón a un balín y aun carro; el carro experimentará una menor aceleración porque tiene mayor masa, lo cual se expresa diciendo que el cuerpo que tiene mayor masa tiene más inercia.

Antes de la relatividad especial, se pensaba que la masa de un cuerpo siempre permanecía constante para cualquier velocidad. ¿Seguirá siendo válida dicha afirmación de acuerdo con la relatividad especial?

Si le aplicas una fuerza de 1,000 **N** a un cuerpo de 1 kg, su aceleración será:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1{,}000\,\text{N}}{1\,\text{kg}} = 1{,}000\ \text{m/s}^2 = 1\,\text{km/s}^2$$

Lo cual significa que en cada segundo su velocidad aumenta 1 km/s. Aumento de velocidad que es independiente de la velocidad inicial que haya tenido el cuerpo. De manera que si su velocidad inicial era de 300 km/s, después de un segundo será de 301 km/s; pero si era de 300,000 km/s, después de un segundo sería de 300,001 km/s. ¡Velocidad superior a la velocidad de la luz!

Toma en cuenta que estamos considerando que la masa del cuerpo permanece constante. Por lo que según el resultado, si la masa de un cuerpo permanece constante, se podría lograr que se moviera con velocidades superiores a **c**, cuando se le aplica una fuerza constante durante suficiente tiempo.

Pero recuerda que la relatividad asegura que la máxima velocidad posible a la que se puede mover un cuerpo es la velocidad de la luz, y que no es posible rebasarla. También, así como no es posible que un cuerpo rebase la velocidad de la luz, es aún más difícil acelerarlo cuando inicialmente se mueve con velocidad cercana a la velocidad **c**. De acuerdo con la inercia que tienen los cuerpos, mientras mayor va siendo, su oposición al movimiento va aumentando, y es tal que si un cuerpo alcanzara la velocidad de la luz ¡ya no sería posible moverlo más!

Por lo tanto: *la resistencia de un cuerpo a cambiar su velocidad, aumenta cuando se mueve rápidamente.*

Este resultado fue encontrado por Einstein y una manera de expresarlo es la siguiente:

La masa **m** *de un cuerpo que se mueve con velocidad* **v***, es mayor que su masa* m_0 *que tiene cuando se encuentra en reposo.*

Es decir

$$m = \frac{m_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

A continuación se presenta una gráfica que muestra la variación de la masa de acuerdo a la velocidad.

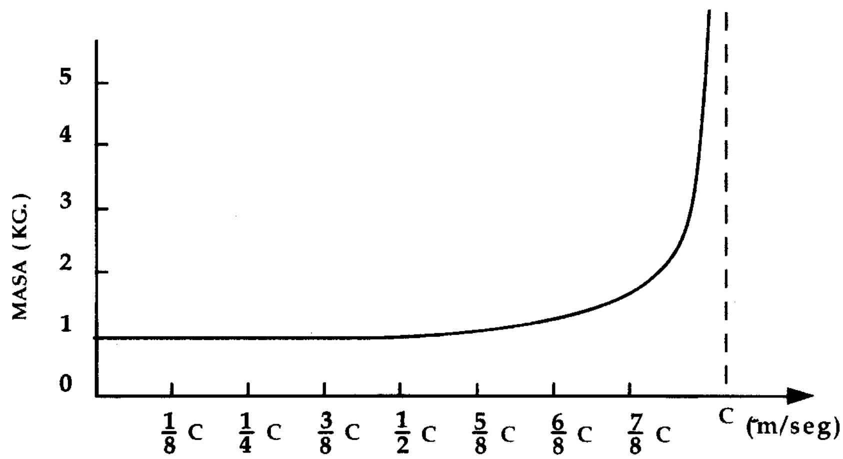


Figura. Gráfica que muestra la variación de la masa en función de la velocidad.
En reposo, el cuerpo tiene masa m_0, y conforme aumenta su velocidad, su masa aumenta.

EJEMPLO:

Si la velocidad de un cuerpo fuera de **v = c**, entonces:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-1}} = \frac{m_0}{0} \rightarrow \text{infinito}$$

Mientras que si la velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad de la luz, el término $\frac{v^2}{c^2} \cong 0$, y $\sqrt{1-0} = \sqrt{1}$ por lo que $m = \frac{m_0}{1}$

Por lo anterior debes tener presente que:

> En la relatividad la masa no se conserva, ya que la masa aumenta con la velocidad.

y que:

> Al modificar la Mecánica de Newton, Eisntein mostró que el efecto de una fuerza sobre un cuerpo es modificar tanto la velocidad como la masa del cuerpo.

¿Qué ocurre con la energía del cuerpo?

Para aumentar la velocidad de un cuerpo se requiere realizar trabajo sobre él, con lo cual se incrementa su energía cinética, que es su energía de movimiento.

Pero de acuerdo con la relatividad, al aumentar la velocidad del cuerpo, su masa también aumenta, por lo que un aumento en su energía cinética implica un incremento en su masa.

De acuerdo con la Teoría de la Relatividad, la energía cinética de una partícula de masa **m** ya no se encuentra dada por la expresión:

$$\frac{m\,v^2}{2}\text{, sino por la expresión } \frac{m_0\,c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero si hacemos la expresión

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=m$$

tendremos que $\frac{m_0\,c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\ c^2$, que es la energía de un cuerpo que se mueve con velocidad **v**.

Es decir $\boxed{E = m\ c^2}$; donde **E = energía**. Esta expresión nos dice que la masa **m** equivale a una energía $E = m\ c^2$.

Para un cuerpo en reposo está dada por:

$$\boxed{E = m_0\ c^2}$$

Importante resultado encontrado por Eisntein.

Estarás de acuerdo que la expresión $\frac{m_0\,c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ tiende a infinito, cuando la velocidad **v** tiende a la velocidad de la luz **c**. *Por lo tanto la velocidad debe ser siempre inferior a* **c**, *por grandes que sean las energías empleadas en su aceleración.*

Si analizas detenidamente las expresiones, cuando se entra al terreno de la relatividad, verás que en todas ellas aparece la expresión $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, factor que debes tomar siempre en cuenta cuando resuelvas problemas para velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

EJEMPLO:

¿Cuál es equivalente en energía de 1g de masa?

SOLUCIÓN

1 gramo = 0.001 kg

Sustituyendo en la ecuación $E = m\ c^2$, se tiene:

$$E = (0.001\ \text{kg})\ c^2 = (0.001\ \text{kg})(10^8\ \text{m/s})^2 = 9 \times 10^{13}\ \text{joules}$$

La anterior energía es muy grande y se necesitarían quemar 3×10^8 kg de carbón para producir la misma energía.

Recuerda que:

El resultado más importante, de carácter general, al que ha conducido la Teoría de la Relatividad Restringida, está referido a la noción de masa.

La Física prerrelativista considera dos principios de conservación fundamentales, a saber:

1. El principio de la conservación de la energía, el cual establece que la energía total del universo es constante.

2. El principio de conservación de la masa.

Los anteriores principios eran considerados independientes uno del otro.

Uno de los más célebres resultados que Einstein obtuvo, en virtud de los resultados de la relatividad fue el haberlos reunido en uno solo.

El principio de la relatividad exige que el principio de conservación de la de la energía sea válido, no solamente con respecto a un sistema de coordenadas S, sino también con respecto a cualquier otro sistema de coordenadas S’, que se encuentre animado de un movimiento de traslación uniforme con respecto a S, es decir, con respecto a cualquier sistema de coordenadas galileano.

Para pasar de un sistema de coordenadas al otro, cuando el cuerpo se mueve a velocidades cercanas a la velocidad de la luz, lo que debe usarse es la Transformación de Lorentz. Y ya no la transformada de Galileo como en la Mecánica Clásica.

Tomando como premisa fundamental lo anterior y considerando las ecuaciones fundamentales de la Electrodinámica de Maxwell fue como Einstein infirió la siguiente conclusión:

> Todo cuerpo que esté animado con velocidad **v** y que absorbe una cantidad de energía E_0 en forma de radiación, sin que cambie su velocidad, experimenta un incremento en su energía igual a:
>
> $$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

También debes tener siempre presente que:

- El principio de relatividad exige que el principio de conservación de la energía sea válido tanto para el sistema de coordenadas S como para el sistema de coordenadas S' (el cual se encuentra animado de un movimiento de traslación uniforme con respecto a S).

- Para pasar de un sistema a otro, nos sirve la Transformación de Lorentz.

- Partiendo de las premisas mencionadas y de las ecuaciones fundamentales de la Electrodinámica de Maxwell fue como Einstein propuso por medio de relaciones relativamente simples la siguiente conclusión:

$$m = \frac{E}{c^2} \quad \text{o bien} \quad E = m\,c^2$$

Es decir que la masa es una forma de energía, donde un cuerpo de masa m posee la energía dada por $E = m\,c^2$.

Relación que no solamente se cumple para la energía cinética, sino que se cumple para cualquier tipo de energía.

> Según la relatividad, si la velocidad de un cuerpo es próxima a **c**, la masa del cuerpo cambia muchísimo, como consecuencia de que al aplicarle una fuerza a un cuerpo cambia tanto la velocidad como la masa del cuerpo; esto se interpreta como **Principio de equivalencia** *entre masa-energía*.

Es así como Einstein afirmó que todos los cuerpos al moverse a grandes velocidades (cercanas a la velocidad de la luz), experimentan cambios de la *materia-energía* cumplen con dicho principio.

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

1. ¿En qué consiste la Ley de la Conservación de la Energía de Newton?

   ____

   ____

   ____

2. ¿Cuál es la masa de un cuerpo en movimiento? ______________________________

3. Si la velocidad de un cuerpo es pequeña, ¿cómo es el cambio de su masa?

   ____

4. ¿Sigue siendo válido el principio de conservación de la masa cuando el cuerpo se mueve a velocidades cercanas a la velocidad de la luz?

   ____

5. ¿Cuál es la fórmula para la energía de un cuerpo que se mueve a una velocidad cercana a la de la luz? ______________________________________

6. Si la masa es una forma de la energía, ¿será posible la conversión de l masa en cualquier otra forma de energía? __________ ¿Por qué? ______________________

   ____

Una de las aplicaciones que se han encontrado, se relaciona con la radiación solar:

La transformación de masa en energía electromagnética por medio de reacciones nucleares, es el origen de la energía que emite el sol.

En el Sol se llevan a cabo reacciones en las cuales los núcleos de los elementos ligeros se unen par formar elementos más pesados, proceso que se llama **fusión nuclear**. Es así que al unirse 4 núcleos de hidrogeno forma un núcleo de helio, como resultado, la masa del núcleo de helio en lugar de ser 4 veces la masa de un núcleo de hidrogeno, resulta ser 3.97 veces la masa, es decir, que falta 0.03. ¿Qué le pasó al resto de la masa? La cantidad de masa faltante se convierte en energía electromagnética. Es así como se produce la energía solar.

Cada segundo el sol emite una cantidad de energía de 3.7 x 10^{26} joules, debido a lo cual el sol pierde una masa de:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{3.7 \times 10^{26} \text{ joules}}{9 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2} = 4 \times 10^9 \text{ kg}$$

¡Es una masa muy grande!

Pese a ser una masa muy grande la que está perdiendo el sol, afortunadamente sólo representa una pequeña parte de la masa total del sol. Se necesitan 10^{11} años para que la masa total del sol disminuya en 1%.

Otras de las aplicaciones que tiene la Teoría Especial de la Relatividad es en la Física Nuclear y en la Física de partículas elementales, ya que en ellas se efectúan procesos de conversión de masa en algún otro tipo de energía y viceversa.

También cuando se efectúa una reacción química, en la que se desprende o absorbe energía, debe cambiar la masa de los compuestos, sólo que la energía de estas reacciones es tan pequeña comparada con la de las reacciones nucleares que el cambio de masa es despreciable.

En la relatividad, los principios de conservación de la masa y el de energía son sustituidos por un solo principio: EL PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

1.5 FORMA RELATIVISTA DE LA SEGUNDA LEY DE NEWTON Y LA ENERGÍA

En tus cursos anteriores de Física aprendiste que la fuerza **F** = ma.

Pero como la aceleración **a** es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo, lo cual quiere decir que podemos expresar a la fuerza como:

$$F = m\frac{dv}{dt}$$

Si definimos el impulso* como:

$$P = mv$$

¿Cuál será la expresión para el caso relativista?

Si recuerdas, para el caso relativista habíamos definido la masa m como:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Por lo que al sustituir:

$$P = m\,v = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) v$$

Y, ¿cuál será la expresión para la energía?

En Mecánica Clásica cuando una fuerza F actúa sobre un cuerpo de masa m produciéndole un desplazamiento ds, entonces el trabajo está dado por:

$$dW = F \cdot d\bar{s}$$

Expresión que nos está diciendo que el trabajo no depende de la velocidad.

Recuerda que en general, *la fuerza es la rapidez de cambio del impulso*.

En el caso no relativista, la anterior afirmación se expresa en la siguiente forma:

$$F = m\frac{dv}{dt}$$

---

* Ver su significado en el glosario.

Si la partícula se mueve con velocidad **v**, el desplazamiento que experimenta en un tiempo **dt**, se puede expresar como:

$$d\bar{s} = v\, dt$$

Sustituyendo en la definición para el trabajo las dos últimas relaciones tenemos:

$$dW = F \cdot d\bar{s} = \left(m \frac{dv}{dt} \right) \cdot (vdt)$$

$$= (m\, dv) \cdot v \frac{dt}{dt}$$

$$dW = m(dv) \cdot v$$

Integrando nos resulta:

$$\int dW = \int m\, v\, dv \Rightarrow$$

$$W = m \int_0^v v\, dv,$$

donde estamos tomando la velocidad inicial como 0 y la final como v, realizando la integral del segundo miembro de la igualdad nos queda:

$$W = \frac{1}{2} m\, v^2, \text{ que es la energía cinética.}$$

Recuerda que:

> Se dice que una partícula adquiere **energía cinética**, **T**, igual a **W**, como resultado de la acción de una fuerza a lo largo de cierto recorrido y que la energía cinética de la partícula en movimiento está dada por la ecuación:
>
> $$T = \frac{1}{2} m\, v^2$$

De acuerdo con la Teoría de la Relatividad, la energía cinética de una partícula (o cuerpo), de masa m ya no se encuentra dada por la expresión:

$$\frac{1}{2} m v^2.$$

Sino por la expresión:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero como el principio de la relatividad exige que el principio de conservación de la energía sea válido, no solamente para el sistema en reposo S, sino también con respecto a cualquier otro sistema S', que se encuentre animado de un movimiento de traslación uniforme con respecto a S, es decir, con respecto a cualquier sistema de coordenadas galileano.

Ya antes hemos dicho que la Física prerrelativista consideraba el principio de la conservación de la energía y el principio de conservación de la masa como dos principios importantes. Principios que eran considerados independientes uno del otro.

Pero desde el punto de vista de la Relatividad, los anteriores principios quedan reunidos en uno solo.

¿Cómo se realiza esa unión y cómo se interpreta?

Nuevamente nos servirá de norma la transformación de Lorentz (también de las ecuaciones de Maxwell, las cuales sólo te mencionamos por estar fuera de los propósitos de este fascículo):

Se puede establecer que un cuerpo que se mueve con velocidad **v**, y que absorbe una cantidad de energía E_0 (que es la energía absorbida, con respecto a un sistema de coordenadas que se mueve con el cuerpo), en forma de radiación, sin que varíe su velocidad, experimenta un incremento en su energía que está dado por:

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Es decir que la energía es:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E = \frac{(m + \frac{E_0}{c^2})\, c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Esta última expresión nos está diciendo que el cuerpo tiene la energía de un cuerpo cuya masa es igual a: $(m + \frac{E_0}{c^2})$, que se mueve con la velocidad **v**.

¿Qué explicación dio Einstein a la expresión para la masa $(m + \frac{E_0}{c^2})$?

Veamos la interpretación:

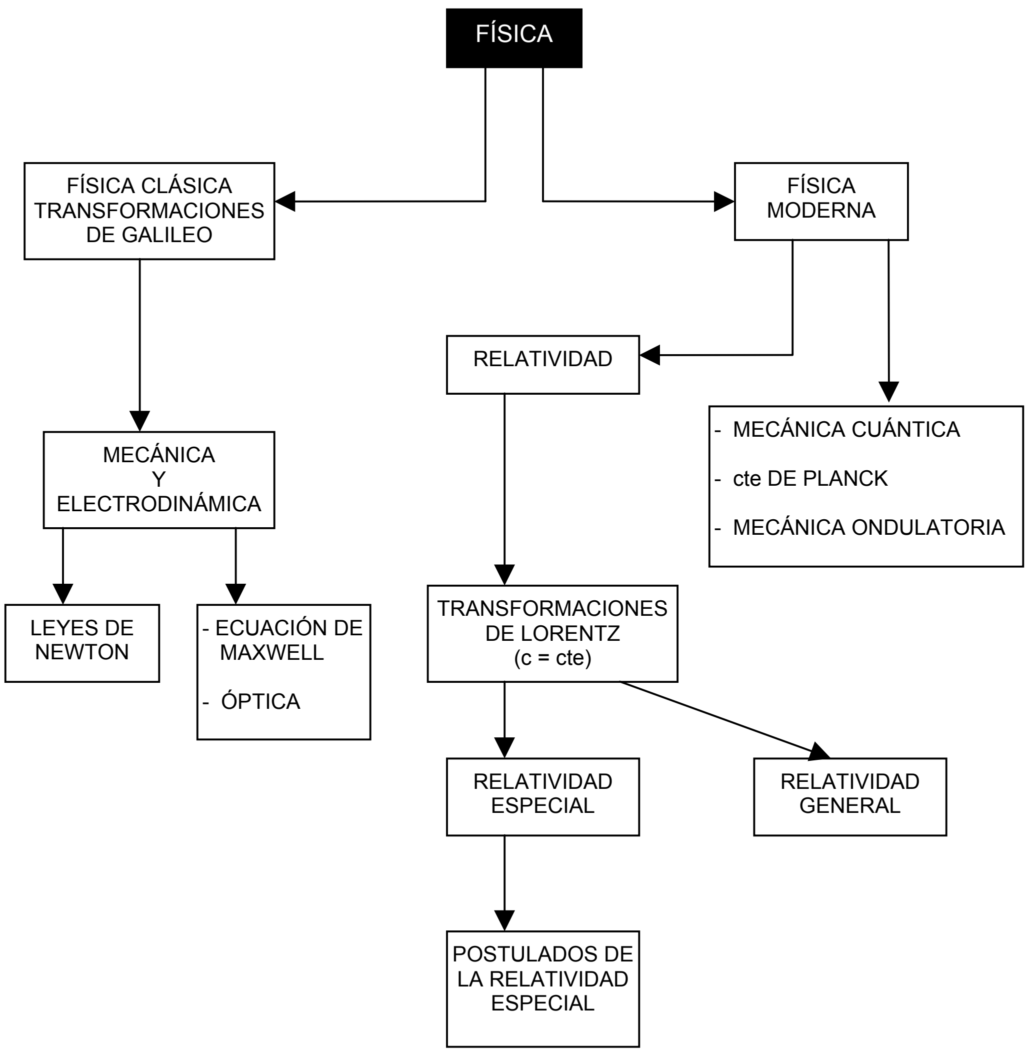
Einstein concluyó que si un cuerpo absorbe la energía E_0, su masa inercial aumenta en $\frac{E_0}{c^2}$. *Lo que significa que la masa de un cuerpo no es constante, sino que varía en proporción con la variación de su energía*. Y la masa inercial de un sistema de cuerpos puede considerarse como la medida de su energía.

Lo anterior lo podemos resumir en los términos siguientes:

En la Relatividad Especial, el principio de conservación de la masa de un sistema, coincide con el principio de conservación de la energía, y únicamente es válido si el sistema no absorbe ni emite energía.

El término mc^2, es la energía que ya poseía el cuerpo, considerado con respecto a un sistema de coordenadas que se mueve con el cuerpo, antes que absorba la energía E_0.

RECAPITULACIÓN



ACTIVIDADES DE CONSOLIDACIÓN

1. Enuncia los postulados de la relatividad especial de Einstein.

2. ¿Cuál era la finalidad del experimento de Michelson-Morley?

3. ¿Cuáles son las hipótesis en que se basaba la Física a finales del siglo XIX?

4. ¿Cuál es la relación matemática que nos explica el fenómeno de la dilatación del tiempo?

5. ¿Cuáles son las transformaciones de Lorentz para x', y'. z', t'?

6. ¿Cuál es la máxima velocidad existente en el universo y a cuánto equivale?

7. En relatividad, todos los fenómenos que experimentan cambios de la materia-energía cumplen con el principio de ______________________________.

8. Si un cuerpo se mueve a una velocidad cercana a la velocidad de la luz, ¿cuál es la expresión matemática para la masa? ______________________.

9. ¿Cuál es la fórmula para obtener la energía cinética de un cuerpo que se mueve a una velocidad cercana a la velocidad de la luz?

10. ¿Es posible convertir la masa en cualquier tipo de energía? Justifica tu respuesta.

    ____

    ____

11. ¿Cuál es la expresión del impulso para el caso relativista?

12. Escribe las ecuaciones matemáticas para la energía cinética de un cuerpo, para el caso no relativista y el caso relativista.

13. ¿En cuánto se acorta una varilla que se desplaza a 0.9 veces la velocidad de la luz?

    ____

AUTOEVALUACIÓN

1. Los postulados de la relatividad especial de Einstein son:

   a) En todos los sistemas inerciales que se mueven a velocidad constante unos con respecto a otros, las leyes físicas deben tener el mismo significado (*deben ser expresadas mediante ecuaciones de la misma forma*).

   b) La velocidad de la luz en el vacío es independiente del movimiento de su fuente y, por lo tanto, tiene el mismo valor para todos los observadores, independientemente si se mueven o no.

2. La finalidad del experimento de Michelson-Morley fue:

   Detectar experimentalmente la existencia del eter.

3. Las hipótesis en que se basaba la Física a finales del siglo XIX son:

   a) La validez de la Transformación de Galileo

   b) La validez de las leyes de Newton

   c) La validez de las ecuaciones de Maxwell

4. La relación matemática que nos explica el fenómeno de la dilatación del tiempo es:

$$t = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

5. Las Transformaciones de Lorentz son:

$$x' = \frac{x - v\,t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t' - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

6. La máxima velocidad existente en el universo es la de:

la luz y equivalente a 300,00 km/s

7. Respuesta:

Cumplen con el principio de *Equivalencia*

8. La expresión matemática para la relatividad de la masa es:

$$m = \frac{m_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

9. Si un cuerpo que se mueve a velocidades cercanas a la velocidad de la luz su energía cinética está dada por:

$$E = \frac{(m + \frac{E_0}{c^2})\,c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

10. Sí. Por el Principio General de Conservación de la Energía.

11. $$P = m\,v = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) v$$

12. $$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 \text{ no relativista}$$

$$E = \frac{(m + \frac{E_0}{c^2})\, c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ relativista}$$

13. Usando la relación:

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

se sustituye v = 0.9c

es decir: $v^2 = (0.9c)^2 = (0.9)^2\,(c)^2$

por lo tanto:

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{(0.9)^2\, c^2}{c^2}} = \sqrt{1 - (0.9)^2}$$

$$= \sqrt{1 - 0.81} = \sqrt{0.19} = 0.436$$

se acorta:

$$\frac{L}{L_0}(100) = (0.436)\,100 = 43.6\,\%$$

GLOSARIO

Aberración: Es el ángulo formado entre la dirección de enfoque

Impulso: Cantidad de movimiento. Es el producto de la masa de un cuerpo por la velocidad del mismo. $\boldsymbol{P = mv}$

Invariancia: Cuando dos observadores colocados en los sistemas de referencia inerciales **S** y **S'**, al medir un evento ambos encuentran que la propiedad que los representa está caracterizada por el mismo número en cada uno de los sistemas de referencia inercial, entonces dicha propiedad es invariante bajo la transformación. Ante la transformación galileana, las coordenadas **y, μ, t** de un evento y las componentes de la velocidad y la aceleración en la dirección **y** son invariables; mientras que la coordenada **x** de un evento y la componente $\mathbf{V_x}$ de la velocidad en la dirección del movimiento relativo de los sistemas (en la dirección **x**) no son invariantes.

Mesón (μ): Partícula elemental inestable que se presenta en la radiación cósmica y representa el cuanto más importante de las fuerzas nucleares.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

BEISER, Arthur. Conceptos de Física Moderna. Editorial McGraw-Hill. 1970.

CONACYT. Einstein. 1986.

KATZ, Robert. Introducción al la Teoría Especial de la Relatividad. Edit. Reverté. 1974.

HEWITT, Paul G. Conceptos de Física. Editorial Limusa.

McREA, W. H. Física Relativista. Editorial UTEHA. 1976.