COLEGIO DE BACHILLERES

FÍSICA MODERNA I

FASCÍCULO 1. MARCOS DE REFERENCIA Y VELOCIDADES VECTORIALES

Autores: León Gabriel Hernández
Roberto Guerrero Domínguez

COLEGIO DE
BACHILLERES

Colaboradores

Asesoría Pedagógica
José Manuel López Estrada

Revisión de Contenido
Salvador Godoy Salas

Diseño Editorial

Í N D I C E

INTRODUCCIÓN

En el presente fascículo analizarás el movimiento de las partículas desde marcos de referencia distintos y estimarás su velocidad usando el método gráfico del paralelogramo y su descomposición vectorial.

En tus cursos de Física I y II estudiaste el movimiento de carros y tapas de baja fricción en términos de las leyes del movimiento de Newton. Estableciste además que: mientras menor sea la fricción, el carro y la tapa se desplazarán a distancias iguales en tiempos iguales, es decir, con movimiento rectilíneo uniforme, permaneciendo con este movimiento o en reposo, hasta que alguna fuerza externa lo haga cambiar su velocidad.

También aprendiste que el cambio en la velocidad de un cuerpo está en relación directa con la fuerza que se le aplica, y en relación inversa con su masa, esto es: a mayor fuerza mayor variación de velocidad, pero, mientras más masa tenga un cuerpo más fuerza necesitará para provocar la misma aceleración. Con ello se establece que:

$$\overline{\mathrm{F}} = m\,\frac{V_f - V_i}{t_f - t_i},$$

donde $\Delta V = V_f - V_i$ y $\Delta t = t_f - t_i$;

sustituyendo tenemos que:

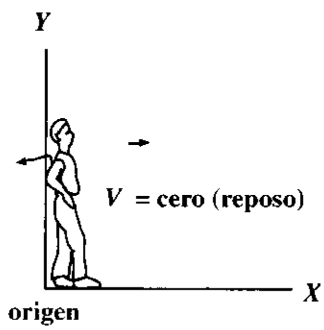
$$\overline{\mathrm{F}} = m\,\frac{\Delta V}{\Delta t},$$

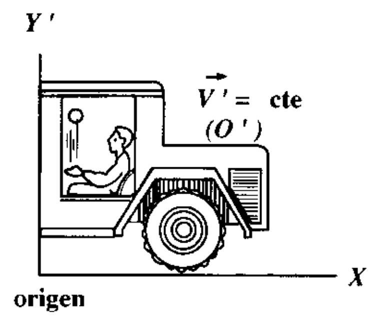
Puesto que $\overline{\mathrm{a}} = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$, simplificamos:

$$\overline{\mathrm{F}} = m\overline{a}\,.$$

Para saber qué trayectoria recorre un cuerpo (un carro de baja fricción, por ejemplo), se establecen puntos de referencia para ubicar distancias (punto inicial y final), e incluso, estimar puntos o lugares en donde la velocidad pudo haber sido mayor o menor. Estos puntos de referencia pueden ser el inicio y final de nuestra masa (dos puntos en el piso del salón o el espacio del laboratorio); lo que se considera son cambios de posición de las cuerpos en el espacio con respecto al tiempo, por ejemplo, la velocidad de desplazamiento de una burbuja en un tubo de agua se considera en relación con el cambio en su posición, primero “abajo” y después “arriba” del tubo, en función del tiempo y la distancia entre dos puntos, que pueden ubicarse en un sistema de coordenadas; decimos que la burbuja se desplazó sobre el eje de las *Y* si su movimiento es vertical, si consideramos un movimiento horizontal hablamos de un desplazamiento sobre el eje de las *X*, describiendo el movimiento de toda partícula dentro de los marcos de referencia.

Observarás una partícula en movimiento vista desde distintos marcos de referencia o sistemas de ejes coordenados, por ejemplo: una pelota lanzada dentro de un camión que se mueve a velocidad constante. ¿Qué trayectoria observará una persona parada fuera del camión?, ¿qué trayectoria observaría la misma persona dentro del camión?, esquemáticamente vemos que:





a) El camión, considerado como un marco de referencia, se mueve a velocidad constante, mientras el observador (*O’*) lanza la pelota al aire.

b) Para el observador (*O*) ubicado en un marco de referencia en reposo, la pelota se lanza al aire al mismo tiempo que se desplaza con el camión.

Así, para el observador (*O’*) la pelota lanzada al aire describe un movimiento vertical, pero para el observador (*O*), ubicado fuera del camión y parado, la pelota describe un movimiento parabólico.

PROPÓSITO

A través de un sistema de ejes coordenados (tridimensionales), ubicarás en el espacio, el cambio de posición de una partícula en función del tiempo, estableciendo el concepto de marco de referencia inercial. Comprenderás así que la leyes de Newton sólo se cumplen en dichos marcos de referencia.

Además, confirmarás que un marco de referencia es inercial sólo cuando se cumplen dos condiciones: que esté en reposo o se desplace con movimiento rectilíneo uniforme. De no cumplirse estas condiciones se denomina marco de referencia no inercial. Esto te servirá para entender los límites de validez de las leyes del movimiento de Newton.

Con la suma de velocidades por el método gráfico del paralelogramo y la descomposición vectorial, estimarás la velocidad relativa de una partícula que se mueve en un marco de referencia con movimiento rectilíneo uniforme, mientras lo observas desde un marco de referencia en reposo. A partir de esto, interpretarás y harás uso de la expresión $\overline{v}_1 = \overline{v}_2 + \overline{V}$.

C A P Í T U L O 1

CAPÍTULO 1

1.1 SISTEMAS DE EJES COORDENADOS

1.1.1 PARTÍCULAS

En Física es muy común el empleo del término “partícula” al estudiar el movimiento de un cuerpo cualquiera. Un cuerpo es una “partícula” cuando sus dimensiones son muy pequeñas en comparación con las demás que participan en el fenómeno. Por ejemplo: si un automóvil de 3 m de longitud se desplaza 15 m, no podrá considerarse como una partícula; pero, si el mismo automóvil viaja de una ciudad a otra que dista unos 200 km; la longitud del automóvil será pequeña en relación con esta distancia, y el auto se considerará una partícula.

Al considerar un cuerpo como partícula, el estudio de su movimiento se simplifica bastante, por este motivo, siempre que hablemos de movimiento de un objeto cualquiera (a menos que se indique lo contrario), lo consideraremos como una partícula.

Ahora bien, en Matemáticas IV, para representar un punto (P) en un plano, utilizaste pares ordenados de números reales (a,b) que son las coordenadas cartesianas. Por ejemplo, los puntos P_1 = (3,4), P_2 = (-5,3), P_3 = (2,-6), P_4 = (-7,-5) y P_5 = (0,0) se localizarían como lo muestra la figura 1.

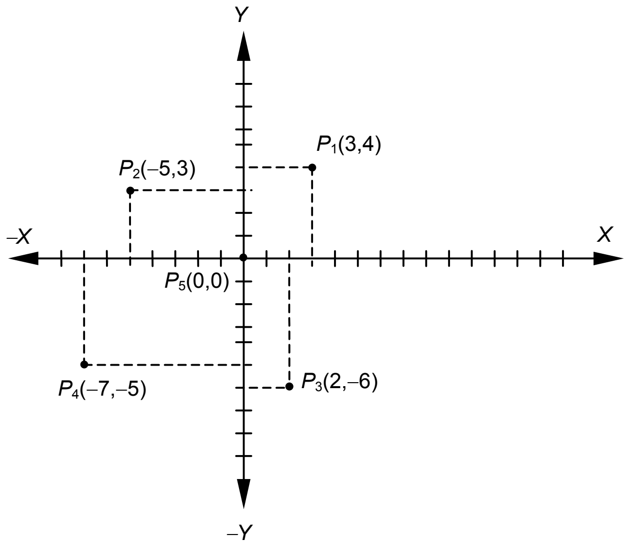


Figura 1

De igual manera, una partícula en el espacio puede representarse como ternas ordenadas de números reales. Para representarla escogemos tres rectas mutuamente perpendiculares que se intersecten en un punto en el espacio. Llamamos a estas rectas eje *X*, *Y* y *Z*; al punto en que se cruzan lo llamamos origen (éste es nuestro punto de referencia). A menudo nos referimos al conjunto ejes como a un sistema de coordenadas (Figura 2).

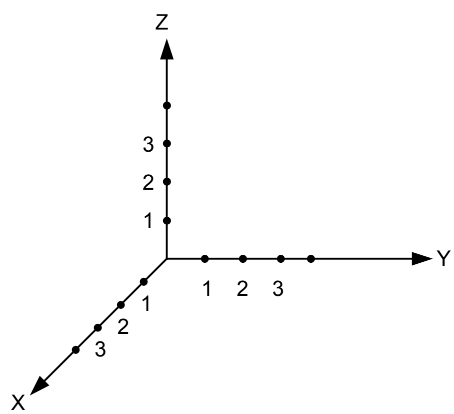


Figura 2. Coordenadas cartesiana en el espacio.

Si identificamos un número real con cada punto en los ejes (como lo hiciste con la recta numérica real) entonces asociamos a cada punto (*P*) en el espacio una terna única ordenada de números reales (*a*, *b*, *c*) y, recíprocamente, asociamos con cada terna un punto único en el espacio, que representaría la localización de una partícula.

Supongamos que la terna (0, 0, 0) corresponde al origen del sistema de coordenadas y que las flechas en los ejes indican direcciones positivas. Por ejemplo, la terna (2, 4, 4) representa un punto a dos unidades del origen en dirección positiva a lo largo del eje X, a cuatro unidades en dirección positiva a lo largo del eje Y, y a cuatro unidades en dirección positiva a lo largo del eje Z. Esto puede hacerse en cualquier orden. (Figura 3).

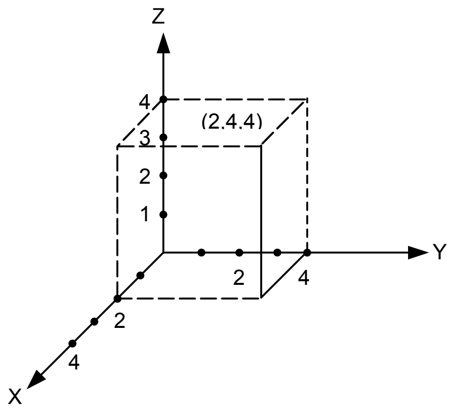


Figura 3. Representación geométrica del punto (2, 4, 4) en coordenadas cartesianas.

Desde este punto de vista, un sistema coordenado en el espacio es tridimensional, obtenido a partir de una extensión del sistema bidimensional (*X*, *Y*). También vemos que, cuando *Z* tiene el valor particular 0, el sistema tridimensional (*X*, *Y* y *Z*) se reduce al bidimensional (*X*, *Y*); por consiguiente, un sistema de coordenadas en el plano se considera un caso especial de un sistema de coordenadas en el espacio.

ACTIVIDAD No. 1

Encuentra los puntos $P_1 = (1, 4, 5)$, $P_2 = (-2, -5, -3)$, $P_3 = (4, -3, 1)$, $P_4 = (-3, 2, 2)$ y $P_5 = (6, 7, -5)$ en el siguiente sistema de ejes coordenados:

Vector

Un vector es un segmento de recta dirigido, que comienza en el origen; esto es, un segmento de recta con un sentido, una dirección y una magnitud específicas con punto inicial en el origen (Figura 4).

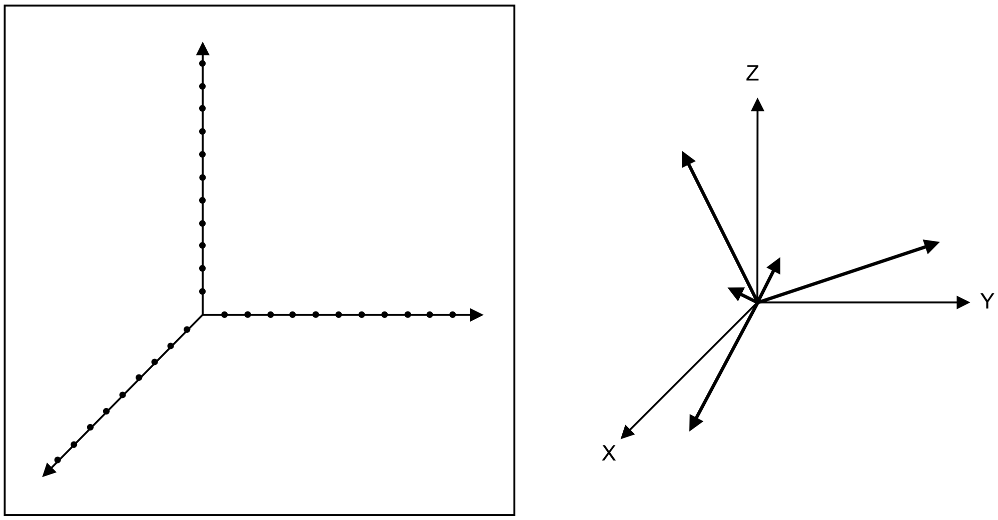


Figura 4. Geométricamente los vectores se pueden considerar como flechas que salen del origen.

Estos vectores se pueden representar por cualquier símbolo, pero siempre y cuando se especifique que se refiere a un vector. Para nuestros propósitos lo denotaremos como $\bar{r}$.

Podemos asociar a cada vector $\bar{r}$ un punto en el espacio (*X*, *Y* y *Z*), que se encontraría donde $\bar{r}$ termina; e inversamente, con cada punto en el espacio, asociaremos un vector $\bar{r}$ (Figura 5).

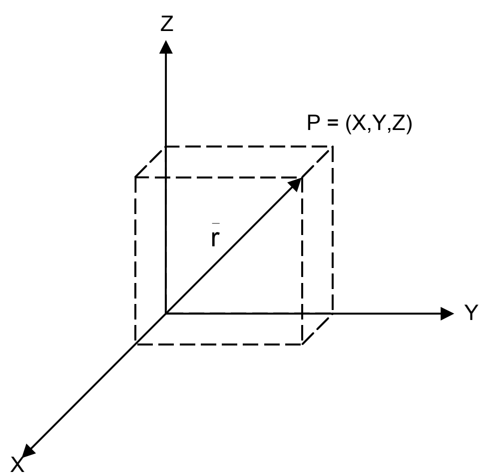


Figura 5. Asociación de un punto de origen.

Así, identificamos $\bar{r}$ con (*X*, *Y* y *Z*), es decir,

$$\bar{r} = (X,\ Y \text{ y } Z) \quad \text{--------------------------------------} \quad (1)$$

Si denotamos $\hat{i}$ con un vector que termina en (1, 0, 0), se encontrará sobre el eje *X*; a $\hat{j}$ como el vector que en (0, 1, 0), en el eje *Y*, y $\hat{k}$ el vector cuyo extremo es (0, 0, 1) en el eje *Z*. A estos vectores ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) se les conoce como vectores unitarios, ya que su magnitud vale uno. A partir de estos vectores representamos cualquier vector $\bar{r}$ en el Espacio tridimensional, como una combinación de estos vectores unitarios.

Si $\bar{r}$ = (*X*, *Y* y *Z*), mediante vectores unitarios tenemos que:

$$\bar{r} = X\hat{i} + Y\hat{j} + Z\hat{k} \text{ ; --------------------------------- (2)}$$

sustituyendo esta relación por sus equivalentes en coordenadas:

$$\bar{r} = X(1, 0, 0) + Y(0, 1, 0) + Z(0, 0, 1).$$

Observa la figura:

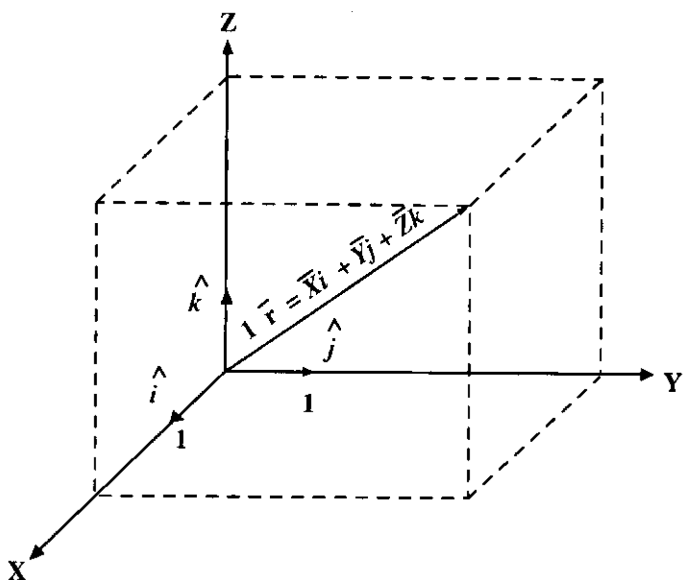


Figura 6.

Al vector $\bar{r}$ de la expresión (2) se le conoce como *radio vector o vector de posición*, (Figura 6). ¿Has escuchado decir a un piloto, “estamos en el radio vector de la pista de aterrizaje”? Se refiere al vector que da la dirección y distancia del aeroplano hasta la pista de aterrizaje.

Un ejemplo matemático sería localizar el vector de posición que termina en el punto (2, 3, 2). Primeramente el vector de posición estará dado por $\bar{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$, y su gráfica estará representada por la figura 7.

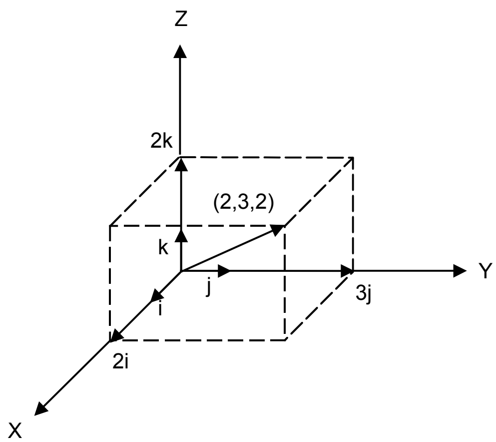


Figura 7. Representación de (2, 3, 2), en términos de la base canónica *i*, *j*, *k*.

ACTIVIDAD No. 2

Localiza el vector de posición que termina en (0, -1, 4), trazando su respectivo sistema de ejes coordenados.

Si el vector de posición $\bar{r}_1$ cambia a otro punto fijo $\bar{r}_2$, decimos que hubo un desplazamiento $\Delta \bar{r}$ (Figura 8)

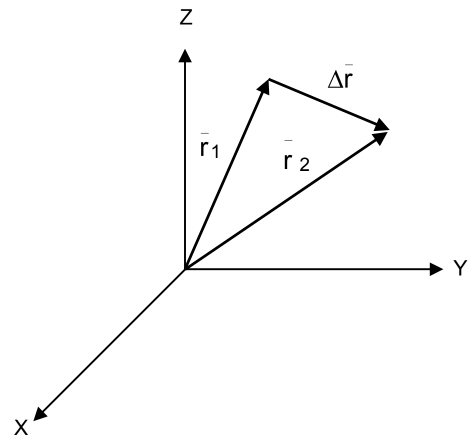


Figura 8.

Este desplazamiento se representa como:

$$\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1 , \text{ ------------------------------------ } (3)$$

donde $\Delta\bar{r}$ es la magnitud del desplazamiento de la partícula en el sistema de ejes ccordenados. Esta expresión la utilizarás al hacer apreciaciones acerca del movimiento de dos marcos de referencia inercial.

1.1.2 MARCO DE REFERENCIA INERCIAL

Si un vector de posición se asocia con un punto en el espacio, y este punto, llamado partícula comienza a moverse, entonces decimos que la partícula se encuentra en movimiento cuando su vector de posición cambia en el transcurso del tiempo (Figura 9).

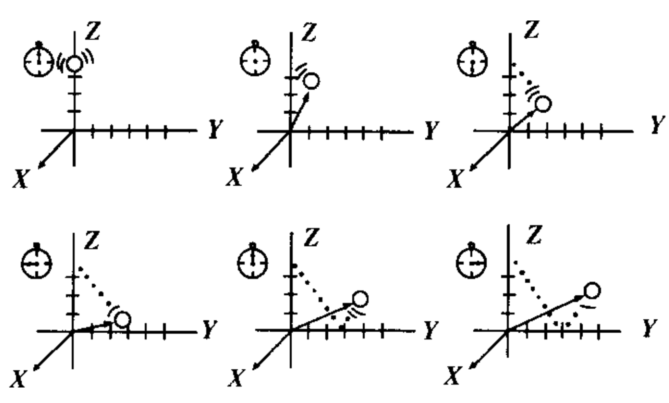


Figura 9. Una pelota está en movimiento, puesto que su vector de posición respecto al marco de referencia varía al transcurrir el tiempo.

En la figura 9 tenemos otra variable en el sistema de ejes, que es el tiempo, representado por (t); ahora en vez de tres variables habrá cuatro (X, Y, Z, t) y se llamará marco de referencia, pero si además este marco se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, cumple la primera Ley de Newton o ley de la inercia que dice: Todo cuerpo persiste en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme mientras no sea perturbado por la influencia de alguna fuerza externa.

Todo marco de referencia que satisfaga la primera Ley de Newton se llamará marco de referencia inercial. El enunciado de la primera Ley de Newton indica que existen dos tipos de marcos inerciales, uno que se encuentra en reposo y otro que se mueve con MRU. Estos dos tipos de marcos inerciales los observamos en la figura 10, donde S_1 representa el marco de referencia inercial en reposo, y S_2 el que lleva un MRU.

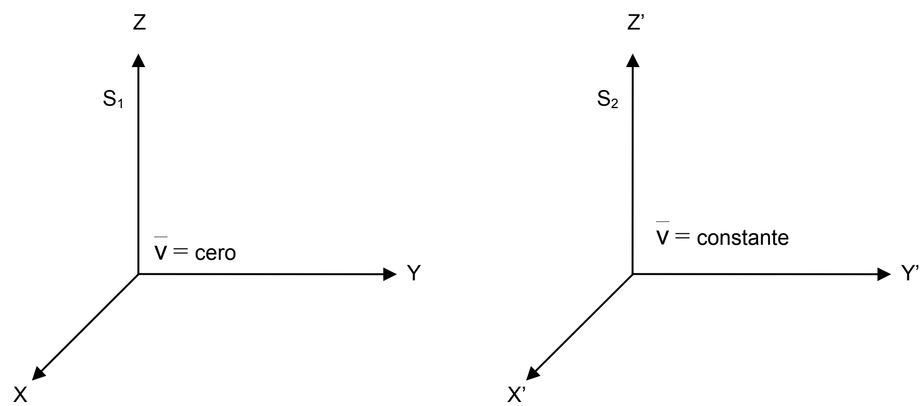


Figura 10.

Cada marco tiene su propio sistema de coordenadas, ya que S_1 está representado por (X_1, Y_1, Z_1) y S_2 por (X_2, Y_2, Z_2). Estos marcos inerciales existen en nuestra vida diaria, solamente que nosotros no lo notamos. Por ejemplo, cuando cruzamos una avenida, antes de cruzar esperamos a que no pase ningún carro; si imaginamos que los carros pasan a velocidad constante (cumpliendo con la primera Ley de Newton) cada uno sería un marco de referencia inercial con velocidad constante y tú serías un marco de referencia en reposo.

ACTIVIDAD No. 1

Realiza la siguiente lectura:

Diálogo en un tren[1]

Dos personas viajan en un tren desde la Ciudad de México a Cuernavaca. Una de ellas dice:

- ¿En qué estará pensando ese señor que desde que salimos del Distrito federal mira por la ventanilla y no se ha movido para nada?
  [El otro es un físico. Siente gusto por la discusión, por la definiciones precisas, y un poco también por las bromas. Responde:]
- ¿Cómo que no se ha movido? ¡Lleva recorridos unos 30 km a razón de 100 km por hora…!
- ¡Vamos…! Quiero decir que él no se ha movido, que desde que empezó el viaje ha estado clavado en su asiento, mirando por la ventanilla, sin moverse una sola vez para nada. ¿Está claro?.
- No te excites. Más bien deberías avergonzarte por emplear las palabras tan a la ligera.
- No entiendo…
- Esto de hablar de moverse o no moverse es cosa peligrosa; las palabras deben emplearse con sumo cuidado. En primer lugar, fíjate que la discusión empezó porque olvidaste decir algo muy, pero muy importante…
- ¿De qué me olvidé?
- Te olvidaste de aclarar respecto a qué, oye bien, respecto a qué ese señor no se había movido. Reflexiona que ese detalle es de importancia decisiva. En efecto: el señor no se ha movido respecto al vagón, en relación con el vagón, a su asiento, a la ventanilla, si quieres. Pero en cambio se ha movido ¡y de que manera!, en relación con la Ciudad de México. Se ha movido por lo menos 30 km, o ya 34, porque esta discusión debe llevar unos 4 km, si mi reloj y mi ojo no me engañan.
- ¡Bah!, todo eso don sutilezas y afán de discutir porque sí. No me vas a decir que toda esa palabrería tiene importancia.
- ¡Cuidado! Muchos grandes descubrimientos de la Física fueron hechos gracias a análisis como éste, que tú calificas de palabrería. ¡Sí tú supieras lo que Galileo, Newton y Einstein aprovecharon con discusiones así…!
- Bien, señor profesor, gracias por la lección, ¿quiere decirme, entonces, de qué manera hay que expresarse para no sucitar la ira de físicos o ingenieros o astrónomos?

[1] Tomado de: MAIZTEGUI, Alberto P. y Jorge A. SÁBATO..*Introducción ala Física*. 9a. Ed., Kapelusz, 1973, pp. 75-80.

- No tengo ningún inconveniente. Más todavía; estoy dispuesto a confesar que experimentaré un gran placer, pero con la condición que respondas cada vez que te haga una pregunta. Te quiero probar que tú mismo eres capaz de sacar consecuencias interesantes.
- A ver…
- Primero, supongamos que estás en el andén de una estación, a donde has ido para despedir a tu familia. ¿Cómo sabes que el tren se pone en movimiento?.
- Pues, porque veo que las ruedas empiezan a moverse.
- No hay necesidad de ver las ruedas. Eso no es lo importante. Además las ruedas podrían girar y patinar en el mismo lugar, de modo que el tren quedaría todavía en reposo.
- Pues…simplemente porque se aleja.
- Estamos de acuerdo, pero si agregas un detalle. ¿Se aleja de quién?, ¿respecto a qué?, ¿en relación con qué?.
- Pues, porque se aleja de mí, respecto a mí, en relación conmigo.
- Muy bien; progresas. Veamos si eres capaz, ahora, de decirme cuándo un cuerpo cualquiera está en movimiento.
- Muy sencillo. Un cuerpo está en movimiento cuando aumenta su distancia respecto a un hombre que está en su lugar.
- Bastante bien, pero con dos defectos.
- ¿Cuáles son?.
- Primer defecto: según tu definición, el tren se movería cuando se va, pero no cuando viene.
- Me olvidé, claro. Habría que decir “cuando aumenta o disminuye su distancia”.
- Sí. Pero, ahora viene el segundo defecto: según tu definición, el tren sólo se mueve si hay un hombre parado en la estación, ¿y si no hubiera nadie, el tren no se movería lo mismo?.
- Bueno, claro que no es necesario que haya ningún hombre allí.
- Entonces, ¿cómo te parece que sería correcto decir?
- Un cuerpo está en movimiento, cuando aumenta o disminuye su distancia respecto a un punto fijo.
- Muy bien, bastante bien para ser aficionado. Fíjate, sin embargo, que el problema no queda todavía resulto. Hay mucho que hablar.
- ¡Cómo! ¿Todavía?.
- Ya lo creo. Que algo muy importante, de enorme importancia. ¿Quién se mueve, el tren o la estación?.
- ¡Estás bromeando…!
- Hablo en serio.
- No sé a dónde quieres ir a parar con esa pregunta de locos, pero te responderé como si fuera una pregunta cuerda. Es el tren el que se mueve.
- Así que la estación está en reposo, ¿no?.
- Por supuesto.
- ¿Y no se te ha ocurrido pensar que la estación está instalada en un planeta que se mueve vertiginosamente por el espacio sideral?.

  [Aquí el amigo del físico se llevó la mano derecha al mentón, frunció el entrecejo, reflexionó y finalmente dijo, casi con pavor:]

- ¡Caramba! Me parece que lo mejor en la vida sería no pronunciar una sola palabra. Creo que todo es terriblemente difícil. Me acabas de hacer ver algo increíble…En efecto. Claro…Entonces, si la estación está sobre la Tierra, y si la Tierra gira y se traslada vertiginosamente en el espacio…Diablos…Es la misma cosa de hoy, con el señor ése y la ventanilla y la estación…Estamos como al comienzo…¡Por el amor de Dios! ¿Me puedes decir qué es verdadero y qué es falso? ¿Quién se mueve? ¿Quién está en reposo? Ya no entiendo nada.

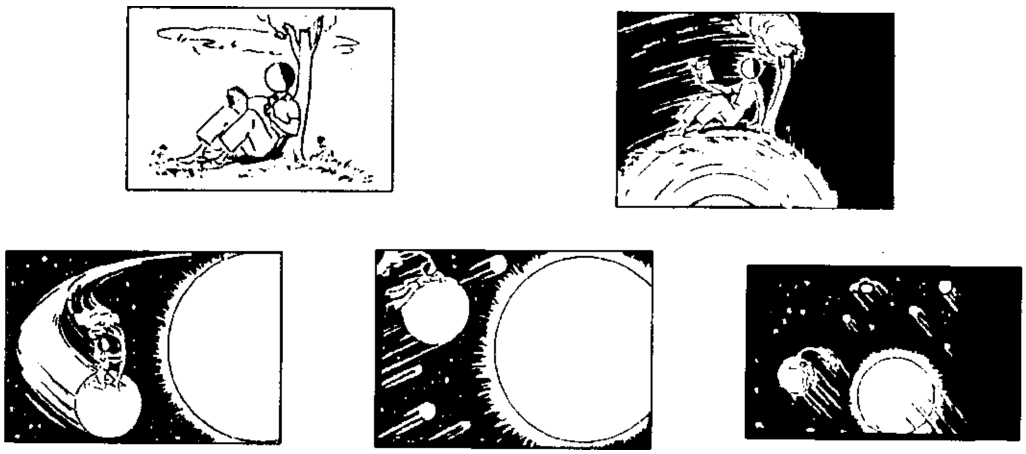


Figura 11.

- Ahora tienes verdadero interés; ahora no estás fastidiado por la palabrería, ¿no es así?.
- Lo confieso. Me muero de curiosidad.
- Muy bien. Como decía un filósofo griego: el asombro es la madre de la sabiduría. Hay que empezar por asombrarse y preguntar, como los chicos, ¿por qué?.
- Bueno, responde de una buena vez.
- Pues, en cierto modo, la respuesta es muy simple. Todos los movimientos son relativos, es decir, en relación con algo, con un punto. Por ejemplo, para empezar con el señor que originó la discusión, ese señor está en reposo en relación con el vagón, pero también podemos invertir la frase diciendo que el vagón está en reposo en relación con el señor. Pero ese señor está en movimiento en relación con la estación…
- ¿De modo que alguien o algo puede estar a la vez en reposo y en movimiento?
- Exacto. Todo depende del punto de referencia que se elija como fijo. Como decía, ese señor se mueve respecto a la estación, considerándola fija, pero también es lícito lo inverso: que la estación se mueve respecto a ese señor, considerándolo como fijo. No hay más derecho a decir lo primero que lo segundo, pues la estación no es ningún ente privilegiado, ya que pierde inmediatamente su jerarquía o su importancia en cuanto pensamos en el Sol o las estrellas. ¿Acaso la estación está en reposo respecto al Sol? De ningún modo.
- ¿Entonces?.
- Entonces, si queremos ser verídicos y no decir más que lo que debemos decir, habrá que definir el movimiento de esta manera…

- Un momento, intentaré hacerlo yo: un cuerpo está en movimiento en relación con un punto elegido como fijo, cuando aumenta o disminuye su distancia respecto a ese punto.
- ¡Magnífico! Se puede todavía hacer una simplificación. En Física hay que emplear siempre el mínimo de palabras, y acá sobran dos.
- A ver…¡Ya sé!: Un cuerpo está en movimiento en relación con un punto elegido como fijo, cuando varía su distancia a ese punto.
- Muy bien. Ahora, tú mismo puedes extraer algunas conclusiones bastante curiosas sobre fenómenos que son bien conocidos. ¿Qué me podrías decir de dos trenes expresos que corren uno al lado del otro, en la misma dirección, en el mismo sentido, y con la misma velocidad?
- Que un tren está en reposo con respecto al otro.
- Perfecto. ¿Qué me podrías decir si uno de esos trenes se mueve a 100 km por hora y el otro a 90?
- Que el primero se mueve 10 km por hora en relación con el segundo.
- ¡Magnífico! Creo que la lección ha sido provechosa. Puede sentarse, joven. Le pondré diez puntos.
- ¡Un momento, señor profesor! Me parece que la definición que usted acepta tiene un defecto.
- ¡Esto sí que está bueno! Así es, tiene un defecto. Si has dado en el clavo resultarás mejor alumno de lo que yo esperaba. ¿Cuál es el defecto?.
- ¿Qué pasa si revoloteo una piedra y elijo como punto fijo mi hombro? La piedra recorre una circunferencia cuyo centro es mi hombro. La distancia de la piedra a mi hombro no varía, y sin embargo, la piedra se mueve…
- Ese es el defecto. Para definir el movimiento con toda precisión, debe elegir, no un punto de referencia sino un sistema de coordenadas. Pero, ¿recuerdas qué es un sistema de coordenadas?.
- Sí tres rectas que se cortan en un mismo punto.
- Y cada una perpendicular a las otras dos. Como las aristas de las paredes de una habitación que concurren a un mismo rincón. Y ahora, en vez de decir: Un cuerpo está en movimiento con relación a un punto cuando varía su distancia respecto a ese punto.
- Déjamelo decir a mí: Un cuerpo está en movimiento respecto a un sistema de coordenadas, elegido como fijo, cuando varían…¡sus coordenadas!
- Bueno, hombre, ahora tendría que ponerte diez y felicitarte…

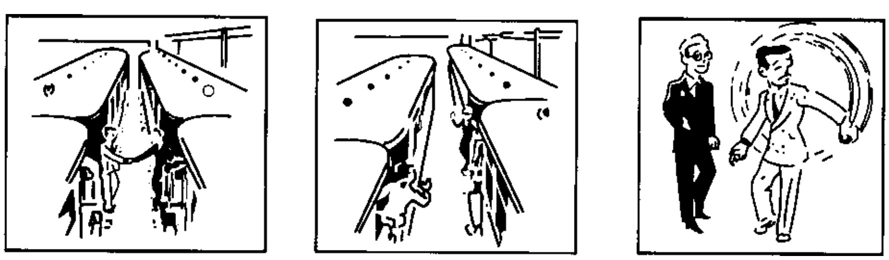


Figura 12.

1.2 MOVIMIENTO RELATIVO

Qué sucedería si dentro de un tren con movimiento rectilíneo uniforme se lanzara una pelota, y en ese momento cruzara una estación, con una persona en reposo (parada). ¿Cómo varía el movimiento de la pelota para la persona en reposo?, ¿Sería igual para la persona que va en el tren? La figura 13 ilustra el movimiento de la pelota que ven las dos personas.

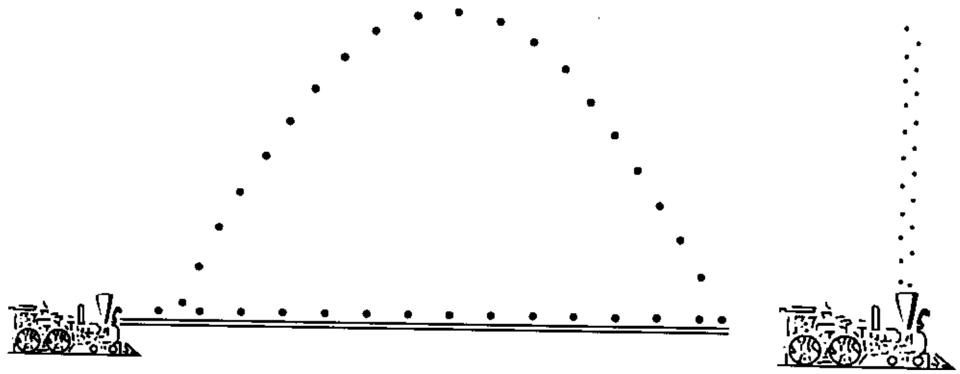


Figura 13.

Como se observa, para la persona que va dentro del tren la pelota sube y cae en sus manos, mientras que para la que está en la estación existe un movimiento parabólico. Otro ejemplo es: un avión, al volar horizontalmente, deja caer una bomba, ¿cuál trayectoria observaría el piloto y cuál la persona sobre la superficie de la Tierra?.

Si estuvieras dentro de la aeronave, verías que la bomba cae siguiendo una línea vertical; mas, si estuvieras de pie sobre la tierra (en *B*), se advertiría que al caer describe una trayectoria parabólica (figura 14)

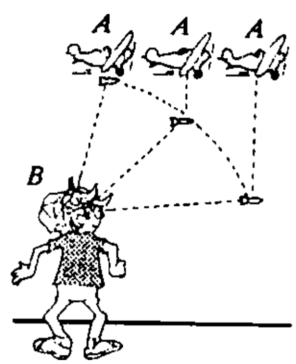


Figura 14. El observador *A* dentro del avión, ve que la bomba cae verticalmente.
Para el observador *B*, su trayectoria es parabólica.

En el primer caso el movimiento de la bomba era observado desde un avión, como marco de referencia inercial con MRU; en el segundo caso, desde un marco de referencia inercial en reposo sobre la Tierra, este ejemplo demuestra que: el movimiento de un cuerpo visto por un observador depende del marco de referencia inercial en el cual se haya situado, es decir, que el movimiento de una partícula que se desplaza dentro de un marco de referencia inercial se considera *relativo*, pues depende del marco desde el cual la observamos. Si aplicamos las leyes de Newton a la bomba que es lanzada desde el interior del avión en movimiento, la bomba aun antes de ser lanzada y el avión llevan la misma velocidad (MRU); esto sería verdad para cualquier bomba, independientemente de su peso. La ley de la inercia nos dice que un cuerpo (MRU) continuará avanzando en una trayectoria horizontalmente recta, mientras no actúe sobre él alguna fuerza externa. Por eso, una vez que la bomba y el avión se aceleran hasta alcanzar una velocidad constante, ninguna fuerza se necesita para mantenerlos en movimiento rectilíneo uniforme.

La bomba y el avión se mueven todo el tiempo con la misma velocidad y en la misma dirección, pues ambos tienen la propiedad de la masa inercial. Ahora, cuando es lanzada verticalmente hacia abajo, su velocidad descendente no depende de su velocidad horizontal y la bomba sigue avanzando hacia adelante, por eso es que se desplaza en una trayectoria parabólica, por encima del observador en tierra.

ACTIVIDAD No. 1

1. ¿Qué consideraciones debe tener un piloto para que, al lanzar una bomba, dé en el blanco?

   ____

   ____

2. Un carrito se mueve dentro de un vagón de ferrocarril que se desplaza con MRU (Figura 15).

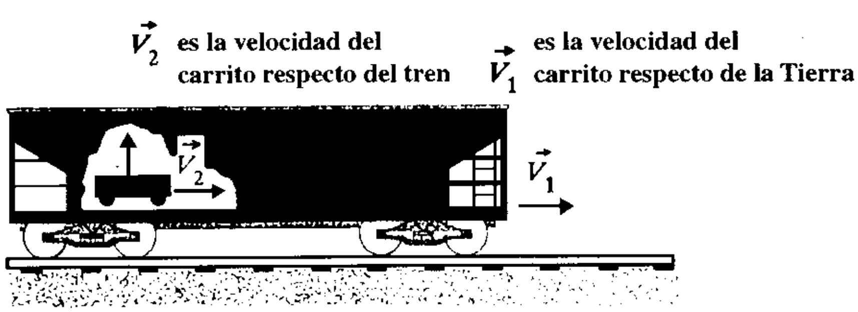


Figura 15.

Si una pelota es lanzada hacia arriba desde el carrito, ¿cuál es su trayectoria desde los siguientes puntos de vista?

a) ¿Para un observador en el carrito?
b) ¿Para un observador en el vagón de tren?
c) ¿Para un observador fijo en un punto de la superficie terrestre?

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL No. 1

OBJETIVO:

Observarás las diferentes apreciaciones sobre el movimiento de un cuerpo, dependiendo de tu ubicación en el marco de referencia.

MATERIAL:

– Carro balístico y balín

PROBLEMATIZACIÓN:

HIPÓTESIS:

____

____

____

PROCEDIMIENTO:

Prepara el disparador del carro y coloca el balín, sujeta fuertemente el carro –evitando que se mueva- y acciona el disparador; observa la trayectoria que sigue el balín al ser lanzado desde el carro balístico en reposo.

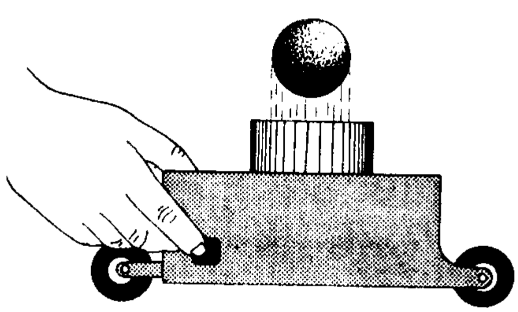


Figura 16.

Preguntas

Supongamos que el carro balístico es el marco de referencia S_2, y tú el marco S_1. Con base en lo que observaste, responde:

1. ¿Con qué velocidad se desplazan los marcos de referencia S_1 y S_2?

____

____

2. ¿Qué trayectoria describe el balín al ser lanzado, si lo observamos desde S_1?

____

____

3. ¿Qué trayectoria describe si lo observas desde S_2?

____

____

4. ¿Por qué S_1 *y* S_2 son marcos de referencia inerciales?

____

____

Ahora sí consideramos el mismo fenómeno, pero aplicando a S_2 un movimiento rectilíneo uniforme, mientras S_1 (tú) permanece en reposo.

Colócate a un lado de la mesa y pídele a un compañero que, mientras permanece en ese lugar, dé un empujón suave al carro, accionando el disparador, procurando que durante su desplazamiento permanezca con MRU. Un poco de práctica les permitirá realizar la actividad como se muestra en la siguiente figura:

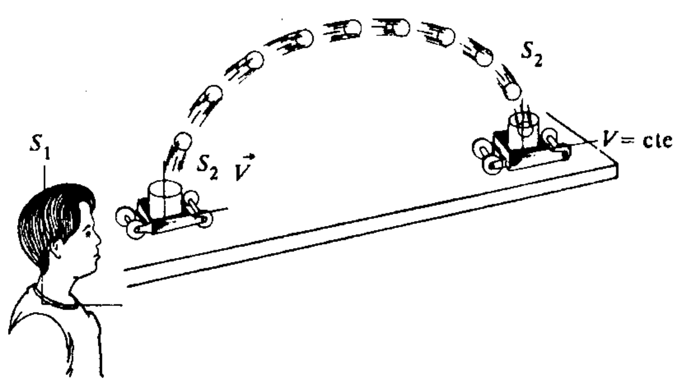


Figura 17.

5. ¿Qué trayectoria describe el balín al ser lanzado si lo observas desde S_1?

6. ¿Cuál es la trayectoria si lo observas desde S_2?

7. ¿En que momento S_2 se mueve con MRU?

   a) Desde que lo empiezas a jalar
   b) Al accionar el disparador y dejar de jalarlo
   c) Cuando el balín cae en el carro.

8. ¿Por qué consideramos a S1 y a S2 como marcos inerciales, en este caso?

1.3 PRINCIPIO CLÁSICO DE LA RELATIVIDAD

Por *relatividad* nos referimos al aspecto que presenta la naturaleza para un observador en reposo, y su relación con el aspecto que tiene la naturaleza para otro observador, que puede estar en movimiento con respecto al primero, como lo vimos en el tema anterior. El estado de movimiento relativo de un observador no debería alterar as leyes de la naturaleza; el cuerpo cae independientemente de quien observe su caída, pero, ¿afectará el marco de referencia –desde donde observamos nuestras apreciaciones-, a los fenómenos de la naturaleza?

1.3.1 LA MECÁNICA DE GALILEO*

Veamos que decía Galileo sobre la forma en que el marco de referencia, desde el que observamos, determina nuestra apreciación de un fenómeno físico. Realiza la siguiente lectura.

Por primera vez este principio fue formulado para la mecánica por Galileo Galilei en la obra titulada *Diálogo sobre dos importantísimos sistemas del mundo*. Esta es la misma obra que trajo sobre él la ira de la Iglesia. Fue publicada en 1632, y en 1633 ya era objeto de juicio en el Tribunal de la Inquisición. Galileo exponía sus ideas con un lenguaje literario excepcional, considerando que había que hacerlas inteligibles para muchos. Los personajes de sus libros discuten muchos planteamientos relacionados con la mecánica y el origen. Entre otros se encuentra el planteamiento de cómo ocurren los diferentes fenómenos físicos en un sistema que se mueve uniformemente y en línea recta. Galileo escribía:

> "Reúnase con alguno de sus amigos en una habitación amplia bajo la cubierta de algún barco y traiga consigo moscas, mariposas y otros insectos voladores semejantes; supongamos que allí usted también tendrá una pecera grande con pececillos moviéndose dentro de ella; después cuelgue del techo un balde del cual el agua va a caer gota a gota a otro recipiente con cuello angosto, colocado debajo del primero. Mientras el barco no se mueve observe con atención cómo los pequeños insectos voladores se mueven con la misma velocidad en todas direcciones de la habitación, los peces, como usted podrá comprobar, van a moverse indiferentemente en todas direcciones; todas las gotas caerán en el recipiente puesto debajo y usted, al lazar algún objeto, no tendrá que hacerlo con más fuerza en una dirección que en otra si las distancias son las mismas; y si usted va a saltar con las dos piernas al mismo tiempo, entonces ejecutará el mismo brinco a la misma distancia en cualquier dirección. Observe atentamente todo esto, aun que no nos surge ninguna duda de que esto debe ocurrir precisamente así, mientras el barco está inmóvil. Ahora haga moverse al barco con cualquier velocidad y entonces (sólo si el movimiento del barco va a ser uniforme y sin balanceos a uno y otro lado) en todos los fenómenos mencionados usted descubrirá el más pequeño cambio y por ninguno de ellos usted podrá determinar si el barco se mueve o se encuentra inmóvil. Al brincar usted se desplazará sobre el piso a la misma distancia que antes, y no va a hacer brincos más grandes en dirección a la popa que en dirección a la proa, con base en que el barco se mueve rápido, aun que en este tiempo cuando usted va a estar en el aire el piso que se

> encuentra bajo usted va a moverse en dirección contraría a su brinco, y al lanzar una cosa a su compañero usted no lanzará con más fuerza cuando él se encuentre en la proa y usted en la popa, que cuando sus posiciones sean viceversas; las gotas van a caer como antes en el recipiente inferior y ninguna de ellas va a caer más cerca de la popa, aunque mientras la gota se encuentre en el aire el barco recorrerá muchos palmos; los peces en el agua no van a moverse con mas esfuerzo hacia la parte frontal que hacia la parte trasera del recipiente y con la misma agilidad se van a lanzar sobre la comida colocada en cualquier lugar del recipiente; y finalmente, las mariposas y las moscas van a volar en todas las direcciones y nunca va a ocurrir que se reúnan en la pared dirigida hacia la popa, como si estuvieran cansadas de seguir el rápido movimiento del barco, del cual estuvieron completamente aisladas teniendo que detenerse mucho tiempo en el aire; y si de una gota de incienso se forma un poco de humo, entonces se verá como sube y se detiene al igual que una nube moviéndose indiferentemente tanto a un lado como a otro…".

Los libros de nuestro tiempo no son tan locuaces. En ellos la idea se formula de una manera más corta, en la forma del *principio de la relatividad de Galileo*. Una de estas formulaciones dice:

> "En un sistema de referencia que se mueve en línea recta y con velocidad constante todos los procesos mecánicos ocurren de la misma manera que en un sistema en reposo", en otras palabras: "Ningún experimento mecánico puede detectar el movimiento uniforme y rectilíneo de un sistema, si el experimento se realiza dentro del mismo sistema".

Solamente asomándose a la ventana del camarote veremos que el barco se mueve, pero incluso en este caso se registra solamente el movimiento de la ribera con respecto al barco. Apoyándose con los codos sobre un mirador de granito del Río Neva se puede uno concentrar e imaginar que se mueve con respecto a las aguas inmóviles del río, El movimiento y su velocidad siempre son relativos, y no puede darse preferencia por ningún experimento ni al observador en la ribera, ni al observador en el barco, siempre que el movimiento sea uniforme. En nuestro tiempo este principio es evidente, y la aclaración de que el movimiento uniforme siempre es relativo parece despojada de información. Digamos, el barco se mueve con respecto a la ribera, el cohete se acelera con respecto a la Tierra, la Tierra gira con respecto a las estrellas inmóviles; todas estas afirmaciones parecen completamente idénticas. Sin embargo en realidad esto no es así. Dentro de un automóvil que se mueve uniformemente todo ocurre de la misma manera que en un automóvil en reposo (en un automóvil, evidentemente, "imaginario", sin sacudimientos). Pero cuando el automóvil frena bruscamente al encender la luz roja del semáforo, entonces el tirón que casi lo saca a usted del asiento testimonia de un modo irrefutable que un sistema acelerado se diferencia de la calle, donde ninguno de los transeúntes se cayó como resultado del cambio brusco de la velocidad relativa del automóvil. De esta manera, la aceleración, a diferencia de la velocidad, se puede medir dentro de un sistema acelerado sin tener que mirar hacia fuera. Lo mismo se puede decir sobre la "relatividad" de rotación. Incluso en un tiempo nublado, cuando no se ven las estrellas se puede descubrir la rotación de la Tierra alrededor de su eje. Recordemos los famosos experimentos con el péndulo de Foucault suspendido bajo la cúpula de la Catedral de San Isaac; el plano de oscilación del péndulo gira , y este experimento, realizado dentro de un sistema de referencia sin ninguna mención sobre las estrellas inmóviles, nos demuestra que la rotación de la Tierra es absoluta. Así es que el principio de la relatividad de Galileo no es una ley de la lógica, sino un resultado del razonamiento sobre experimentos reales que va muy lejos. De este principio se deriva que en cualquier sistema inercial son idénticos tanto la forma de las leyes físicas, como los valores numéricos de las constantes físicas que figuran en estas leyes, por ejemplo, las masas de las partículas. Un mecánico calculará la desviación de la trayectoria de una estación interplanetaria con respecto a Júpiter por las mismas leyes por las que la desviación con respecto a Saturno, aunque los planetas también se mueven uno con respecto al otro. Los valores de las magnitudes físicas, por ejemplo de las velocidades de movimiento de los cuerpos, pueden ser distintos en diferentes sistemas de referencia, pero éstas se sujetan a las mismas leyes físicas y a las mismas ecuaciones, y desde el tiempo de Galileo nadie, en ningún laboratorio del mundo, ha podido descubrir desviaciones de este gran principio.

En la lectura anterior los dos marcos de referencia, uno en reposo y otro en movimiento rectilíneo uniforme, son totalmente equivalentes. Esto es: ambos son inerciales, en ambos se describe la mecánica de igual forma, y se tienen las mismas leyes del movimiento (leyes de Newton). Además automáticamente el principio de Galileo supone marcos de referencia que no están ni en reposo ni en movimiento rectilíneo uniforme, estos son marcos acelerados como lo que aumentan o disminuyen su velocidad, marcos que giran en movimiento circular, como la superficie de la Tierra. Desarrollaremos el principio clásico de la relatividad de una manera más formal, es decir, matemáticamente (Figura 18).

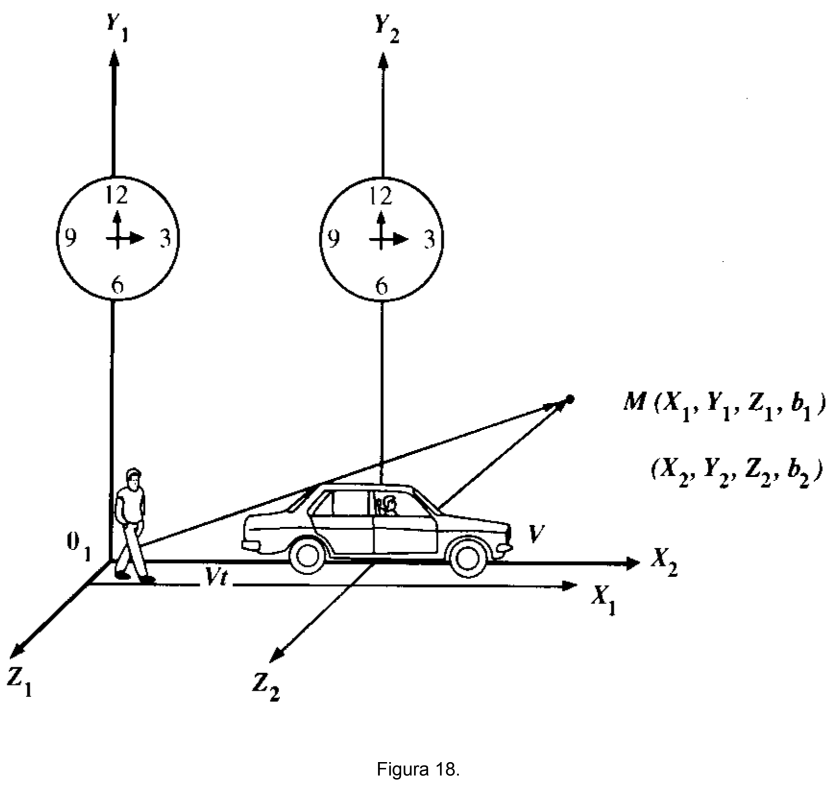


Figura 18.

Los dos marcos de referencia, S_1 y S_2, se mueven uno con respecto al otro. Además, por simplicidad sus ejes son paralelos y el vector de velocidades relativas *Vt* es paralelo a los ejes X_1 y X_2. Se presupone que los relojes S_1 y S_2 marchan a la misma velocidad, y están sincronizados para marcar t = 0, cuando los orígenes de los dos sistemas coinciden. Así, no será necesario escribir t_1 o t_2, ya que el tiempo es el mismo en los dos marcos de referencia y basta escribir t para el tiempo en ambos marcos. Es importante comprender, en este contexto, la lectura del tiempo que marcan los relojes; el vector *Vt* o el vector de las velocidades relativas indica que hubo un desplazamiento del origen de S_2, con respecto al origen de S_1, es decir:

$$Vt\hat{i} = (0_1 0_2)\,\hat{i}$$

En la relatividad clásica, un observador O_1 el sistema S_1, ve la misma hora t en su reloj que la que lee en el reloj del observador O_2, en el sistema S_2. Recíprocamente, el observador O_2 lee la misma hora en ambos relojes.

La similitud del tiempo leído en cualquiera de los dos sistemas es una suposición básica. Al principio ésta puede parecer adscrita al simple “sentido común”, pero como verás en el fascículo IV de Física Moderna I, el tiempo no es tan simple. Deberíamos hacer algunas suposiciones adicionales de sentido común acerca del espacio que S_1 y S_2 ocupan. Con los vectores unitarios $\hat{i}_1$ e $\hat{i}_2$, sobre los ejes X_1 y X_2, suponemos que un vector unitario siempre lo es, cualquiera que sea el marco en el cual se vea o se mida, y que un vector unitario siempre permanece siendo un vector unitario.

Para establecer la equivalencia de los tres ejes, suponemos que un vector unitario $\hat{j}_1$ yace sobre el eje Y_1, que $\hat{j}_2$ yace sobre el eje Y_2 y que $\hat{j}_1 = \hat{j}_2$ para todos los t sin importar cuál es el observador que hace la medición.

Finalmente, dejemos los vectores unitarios $\hat{k}_1$ y $\hat{k}_2$ a lo largo de los ejes Z_1 y Z_2, respectivamente, con las mismas relaciones de igualdad establecidas para los otros vectores unitarios. Esto es:

$$\hat{i}_1 = \hat{i}_2$$
$$\hat{j}_1 = \hat{j}_2$$
$$\hat{k}_1 = \hat{k}_2$$

Ahora, consideremos los dos marcos de referencia S_1 y S_2 de la figura 15 y olvidemos los subíndices de los vectores unitarios, ya que los vectores son los mismos en ambos sistemas. Imaginemos ahora que un evento sucede en un punto en el espacio *M* y en un tiempo que puede ser observados, tanto desde S_1, como desde S_2. Este suceso ocurre en el tiempo t, leído en cualquiera de los relojes de los dos sistemas. Por consiguiente, escribimos la expresión vectorial:

$$\Delta\bar{r} = (0_1 0_2)\hat{i}\,, \quad \text{------------------------------------} \quad (4)$$

donde : $\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$ y $(0_1 0_2)\hat{\mathrm{i}}$, es la distancia desde el origen de S_1 hasta el origen de S_2 en el tiempo t del suceso. Por lo tanto, sustituyendo en la ecuación (4) queda:

$$\bar{r}_1 - \bar{r}_2 = (0_1 0_2)\hat{\mathrm{i}} \quad \text{-------------------------------------}(4)$$

donde: $\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$ y $(0_1 0_2)\hat{\mathrm{i}}$, es la distancia desde el origen de S_1 hasta el origen de S_2 en el tiempo t del suceso. por lo tanto, sustituyendo en la ecuación (4) queda:

$$\bar{r}_1 - \bar{r}_2 = (0_1 0_2)\hat{\mathrm{i}}\,;$$

despejamos: $\bar{r}_2$

$$\bar{r}_1 = (0_1 0_2)\hat{\mathrm{i}} + \bar{r}_2 \quad \text{-------------------------------------}\ (5)$$

Como los relojes fueron puestos en marcha cuando los orígenes coincidían:

$$(0_1 0_2)\hat{\mathrm{i}} = Vt\hat{i} \quad \text{-------------------------------------}\ (6)$$

Los vectores de posición en S_1 y S_2 se escriben, en términos de sus componentes:

$$\bar{r}_1 = X_1\hat{i} + Y_1\hat{j} + Z_1\hat{k}\,, \quad \text{----------------------------------}\ (7)$$
$$\bar{r}_2 = X_2\hat{i} + Y_2\hat{j} + Z_2\hat{k}\,, \quad \text{----------------------------------}\ (8)$$

donde (X_1, Y_1, Z_1) son las coordenadas de M en S_1 en el tiempo t, y (X_2, Y_2, Z_2) son las coordenadas del mismo punto M pero en S_2, en el tiempo t. Ahora, sustituimos los vectores de posición $\hat{r}_1$ y $\hat{r}_2$ de la expresión (5) por sus componentes; por consiguiente:

$$X_1\hat{i} + Y_1\hat{j} + Z_1\hat{k} = Vt\hat{i} + X_2\hat{i} + Y_2\hat{j} + Z_2\hat{k}\,. \quad \text{---------------------}\ (9)$$

Factorizamos los $\hat{i}$ del lado derecho y queda:

$$X_1\hat{i} + Y_1\hat{j} + Z_1\hat{k} = (Vt + X_2)\hat{i} + Y_2\hat{j} + Z_2\hat{k}\,. \quad \text{--------------------}\ (10)$$

Ya que $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$ son ortogonales (u objetos funcionalmente independientes), la expresión no factorizada se expresa como tres ecuaciones simultáneas:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_2 + vt \\ Y_1 &= Y_2 \\ Z_1 &= Z_2 \\ t_1 &= t_2 \quad \text{-------------------------------------}\ (11) \end{aligned}$$

Las componentes vectoriales de cada lado (según la ecuación factorizada) se han cancelado. El sistema (11) es el primer ejemplo de una *transformada de coordenadas.*

Esta transformación indica al observador en S_1, cómo relacionar las coordenadas S_1 de M con las coordenadas S_2 de M, que el observador en S_1 mide en ambos sistemas de referencia. Si el observador S_2 quiere relacionar las coordenadas que mide en el marco S_1, entonces se mantienen a la misma transformación pero a la inversa. La inversa del sistema (11) es:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + vt \\ Y_2 &= Y_1 \\ Z_2 &= Z_1 \\ t_2 &= t_1 \end{aligned} \quad \text{--------------------------------------} \quad (12)$$

Los sistemas (11) y (12) son parte de lo que se conoce como un grupo de *transformaciones galileanas*. Ahora, extendamos nuestra teoría sobre estas transformaciones para incluir los efectos dinámicos; averiguaremos cómo deben entenderse las velocidades cuando se observa desde diferentes marcos. Imaginemos que nuestra partícula M se encuentra ahora en movimiento, en el tiempo t. Si utilizamos X_1 del grupo de *transformaciones galileanas*, tenemos que:

$$X_1 = X_2 - Vt, \quad \text{--------------------------------------} \quad (13)$$

que, al derivar con respecto al tiempo la ecuación anterior, da:

$$\frac{\Delta X_1}{\Delta t} = \frac{\Delta X_2}{\Delta t} - \frac{V\Delta t}{\Delta t},$$

esto es:

$$\frac{\Delta X_1}{\Delta t} = \frac{\Delta X_2}{\Delta t} - V;$$

pero tenemos que la velocidad de la partícula respecto a S_1 es v_1, donde:

$$v_1 = \frac{\Delta X_1}{\Delta t}; \quad \text{--------------------------------------} \quad (14)$$

la velocidad de la partícula, con respecto a S_2, es:

$$v_2 = \frac{\Delta X_2}{\Delta t}; \quad \text{--------------------------------------} \quad (15)$$

Sustituyendo estas velocidades en la ecuación $X_1 = X_2 - Vt$, tenemos que:

$$v_1 = v_2 + V. \quad \text{--------------------------------------} \quad (16)$$

La velocidad de la partícula v_1, vista desde S_1, es la misma velocidad de la partícula v_2, más la velocidad del marco de referencia que, como se sabe, es una velocidad constante representada como V. La ecuación (16) puede llamarse *composición galileana* (o clásica) *de velocidades*. Esta también tiene su inversa:

$$v_2 = v_1 - V . \text{ ------------------------------------- } (17)$$

que es la velocidad de la partícula vista desde el marco de referencia S_2, que se está moviendo a velocidad constante.

Una observación sobre el tiempo es que el sistema S_2, se mueve con velocidad constate V, respecto a S_1. Tomamos cualquiera de las ecuaciones (16) y (17), ya que vamos a tener el mismo resultado:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t} + \frac{\Delta V}{\Delta t} . \text{ ------------------------------------- } (18)$$

Como la derivada de una constante es cero y V es constante, ésta se elimina y la ecuación anterior queda:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t} . \text{ -- } (19)$$

Además, como la aceleración de S_1 y S_2 está dada por a_1 y a_2, y éstas están dadas por:

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t} \text{ y } a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t} , \text{ ------------------------------------- } (20)$$

entonces sustituimos la ecuación (20) en la (19) y queda:

$$a_1 = a_2 . \text{ -- } (21)$$

Así, las aceleraciones son las mismas de uno a otro marco. Decimos que la aceleración es una *invariante* respecto a una transformación galileana. Ya que la masa también es una *invariante* en este tipo de transformaciones, el producto de la masa por la aceleración, o fuerza, también es una *invariante* respecto a una transformación galileana.

1.3.2 INVARIANCIA DE LAS LEYES DE NEWTON

Consideremos de nuevo una partícula de masa m con velocidades $\bar{v}_1$ y $\bar{v}_2$, vista desde los marcos de referencia S_1 y S_2, respectivamente, donde V es la velocidad relativa con que S_2 se mueve respecto a S_1.

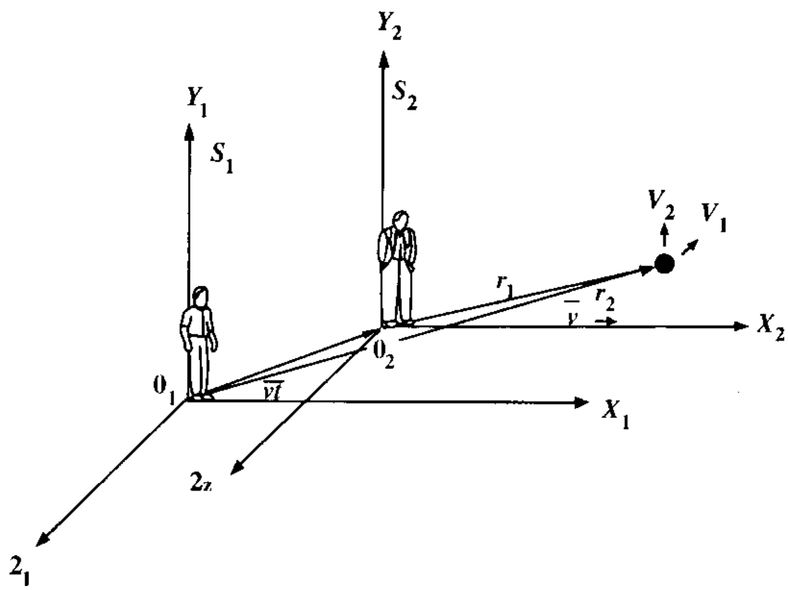


Figura 19.

En el tema anterior encontramos la composición galileana de velocidades, representada por la ecuación (16) y además, encontramos que las aceleraciones eran las misma en los marcos de referencia y las representamos por la ecuación (21). Ahora, si suponemos que la masa es constante en los dos marcos de referencia, multiplicamos por *m* (21). Por lo tanto:

$$m\bar{a}_1 = m\bar{a}_2 . \quad \text{--} \quad (22)$$

Pero en el sistema S_1, la fuerza $\bar{F}_1$ está dada por:

$$\bar{F}_1 = m\bar{a}_1 , \quad \text{--} \quad (23)$$

y en el sistema S_2, la fuerza $\bar{F}_2$ es:

$$\bar{F}_2 = m\bar{a}_2 . \quad \text{--} \quad (24)$$

Sustituyendo las dos ecuaciones anteriores en $m\bar{a}_1 = m\bar{a}_2$, nos queda:

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_2 . \quad \text{--} \quad (25)$$

La ecuación (25) muestra que las fuerzas son las misma en los dos marcos de referencia S_1 y S_2.Por lo tanto, se comprueba que la segunda ley de la mecánica de Newton es invariante para todos los marcos inerciales. Esto es, marcos que se mueven los unos respecto a los otros, con velocidad constante.

Con base en el mismo razonamiento, se puede mostrar que las otras leyes fundamentales de la mecánica –la conservación del momento lineal y de la energía- también permanecen invariantes para todos los marcos inerciales. Por lo tanto, el principio clásico de la relatividad puede exponerse en esta forma: Todas las leyes de la mecánica permanecen invariantes para todos los observadores que se mueven los unos respecto a los otros con velocidad constante (observadores inerciales).

1.4 SISTEMAS NO INERCIALES

En el tema anterior estudiaste que se cumplen las leyes de Newton en un marco de referencia inercial, pero ¿qué sucede si tomamos como marco de referencia una plataforma giratoria? Imagina que se lanza una pelota a esta plataforma giratoria, por ejemplo, un carrusel. Notarás que los objetos tienden a alejarse del centro de la plataforma giratoria, y si alguien se sube también se sentirá expulsado hacia el exterior. La trayectoria de la pelota es una curva, a pesar de que no existe ningún agente externo que pueda ejercer fuerza sobre la pelota. Esto se debe a que el movimiento de la plataforma giratoria es acelerado. Por lo tanto, en este marco de referencia no se cumplirán las leyes de Newton, pero ¿por qué no se cumplen en un sistema no inercial?, ¿Se cumplirán sobre la Tierra? Ya que ésta, aparte de tener movimiento rotacional posee el de traslación, que es una elipse alrededor del Sol; por esto, nuestro planeta es un marco no inercial.

Este planteamiento inquietó al hombre cuando se percató que la Tierra giraba alrededor del Sol: ¿cómo podría un objeto lazarse verticalmente hacia arriba desde la Tierra y caer en el mismo lugar? Por ejemplo, un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba hasta una altura de 19.6 m no sólo emplea 4 s en su vuelo (dos para ascender y dos para caer) sino que en la Tierra debería caer 120 km atrás. ¿Cómo se obtienen estos 120 km? Supongamos que la Tierra está a 160 millones de kilómetros del Sol y que tarda, aproximadamente 400 días en completar una revolución a su alrededor. De esto deduce que la Tierra, durante su traslación, se mueve en el espacio aproximadamente a:

$$t = \frac{2\pi r}{t} = \frac{(2\pi)(1.6 \times 10^{8}\,\mathrm{km})}{4 \times 10^{2}\,\mathrm{dias}} = 3 \times 10^{4}\ \mathrm{m/s}$$

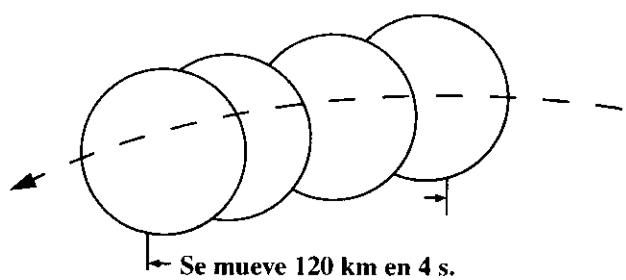


Figura 20. ¿Si un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde la Tierra, descenderá 120 km atrás?

Por consiguiente, en 4 s una bola lanzada verticalmente con una velocidad inicial de 19.6 m/s debería caer al suelo a 120 km detrás de la persona que la lanzó, es decir, la bola tendría que caer más atrás, ya que la Tierra gira alrededor de su eje.

Estos cálculos indican cuántos kilómetros “debería” retrasarse el objeto. Sin embargo, sabemos que las bolas lanzadas verticalmente hacia arriba no se alejan kilómetros al volver, sino que caen verticalmente o, por lo menos, esto “nos parece”. ¿Por qué caen en el mismo lugar si el razonamiento indica algo diferente? Es cierto que la superficie de nuestro planeta es un marco de referencia no inercial, sin embargo, existen razones por las cuales las leyes de Newton se cumplen como si se realizaran en un marco inercial. La Tierra se mueve describiendo una elipse; para un observador terrestre, un segmento de esa elipse puede ser considerado como una recta.

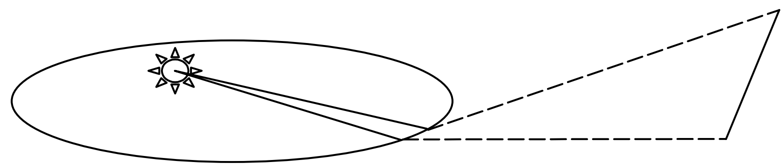


Figura 21. En un tiempo corto, el segmento de la elipse que recorre la Tierra puede considerarse como una línea recta.

Ahora bien, la Tierra recorrería en un poco tiempo, dicho segmento de elipse; en ese lapso, la variación en su velocidad sería casi imperceptible para el observador; por consiguiente, cuando consideramos distancias cortas y tiempos cortos en el movimiento de la Tierra podemos pensar que su movimiento es rectilíneo y uniforme, es decir, podemos tomarla como un marco de referencia inercial. Pero ¿podemos hacer las mismas consideraciones para el movimiento de rotación de la Tierra? Sobre todo si consideramos que las dimensiones de nuestro planeta son inmensas.

Para notar los efectos no inerciales de la Tierra se requieren, entonces, masas muy grandes, grandes velocidades y tiempos largos. Ejemplo de estos efectos no inerciales de la Tierra es el desplazamiento de los vientos, que debido al movimiento no inercial de la Tierra forman ciclones.

Figura 22. Formación de ciclones.

Existen dos formas experimentales de observar estos efectos: la primera es el llamado *péndulo de Foucault*, el cual es un péndulo gigante que al oscilar todo el día cambia la trayectoria de su oscilación conforme transcurren las horas; así, si el péndulo oscila de este a oeste o viceversa, llegará el momento en que después de dar una vuelta completa regresará a su posición original, esto es, nuevamente oscilará en el mismo punto en que comenzó.

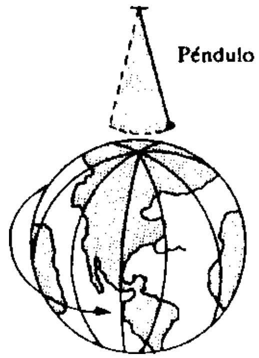


Figura 23. Foucault descubrió que la Tierra no es un sistema inercial. El péndulo oscila con un movimiento casi lineal, mientras la Tierra verifica su movimiento de rotación. Un hombre en la Tierra ve girar el plano de oscilación del péndulo.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL No. 2

OBJETIVO:

Demostrar la no inercialidad de la Tierra.

MATERIAL:

– Palangana

PROBLEMATIZACIÓN:

HIPÓTESIS:

____

____

____

PROCEDIMIENTO:

I. Coloca la palangana en tu mesa de trabajo y llénala de agua. Mantén la llave de paso cerrada.

1. ¿Crees que la palangana con agua es un marco de referencia inercial? ¿Por qué

____

____

2. ¿Cuál sería el movimiento del agua al abrir la llave de paso?

____

____

II. Ahora abre la llave de paso, y representa el comportamiento del agua.

____

____

¿Qué hace que el agua gire? ¿En qué sentido lo hace? Con base en los temas anteriores, explica por qué el agua forma un remolino si parte del reposo (es decir, su comportamiento es no inercial). Cuando un objeto se mueve a través de una superficie giratoria (en nuestro caso, la Tierra), se desvía hacia la derecha o hacia la izquierda, según el sentido de la rotación. Como la Tierra gira hacia el este, todos los objetos que están en movimiento, en el Hemisferio Norte, tienen a desviarse hacia la derecha, y en el Hemisferio Sur, hacia la izquierda. Por ello, al vaciar el agua de la palangana se forma un remolino que gira hacia la derecha; si estuviéramos en el Hemisferio Sur el remolino giraría hacia la izquierda.

1.4.1 REPRESENTACIÓN VECTORIAL DE LA VELOCIDAD

En el tema anterior, la representación gráfica de un vector de posición estaba dada en función de tres ejes coordenados (X, Y, Z) como se muestra en la figura 7; en lo sucesivo, por simplicidad, solamente consideraremos movimientos en dos ejes coordenados, lo que podemos hacer asignando al eje Z el valor de $Z = 0$; por lo tanto los ejes (X, Y, Z) se reducirán a dos (X, Y): *sistema bidimensional*.

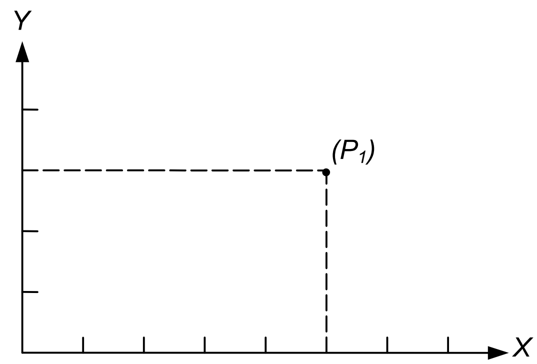


Figura 24.

Entonces, las transformadas de coordenadas de la ecuación:

$$X_1 = X_2 + vt$$
$$Y_1 = Y_2$$
$$Z_1 = Z_2$$
$$t_1 = t_2.$$

Con $Z = 0$, se reduce la expresión:

$$X_1 = X_2 + vt$$
$$Y_1 = Y_2$$
$$t_1 = t_2.$$

Ahora bien, para estimar velociddes en un marco de referencia inercial utilizaremos:

$$\overline{v}_1 = \overline{v}_2 + \overline{V}$$

que se derivó de la expresión:

$$X_1 = X_2 - Vt.$$

Para ello es necesario entender el concepto de vector de velocidad, es decir, establecer que la velocidad tiene características vectoriales; ¿qué queremos decir con esto?, que no todos los movimientos son susceptibles de representarse como un vector, por ejemplo: cuando decimos que corremos en nuestro carro a 100 km/h, sin especificar la dirección y el sentido del movimiento del carro, nos referimos a una magnitud escalar que en física se conoce como rapidez, mientras que si a nuestra afirmación agregamos el sentido y la dirección del movimiento estaremos hablando de una magnitud vectorial, y en este caso la velocidad (100 km/) se representa como un vector (Figura 25).

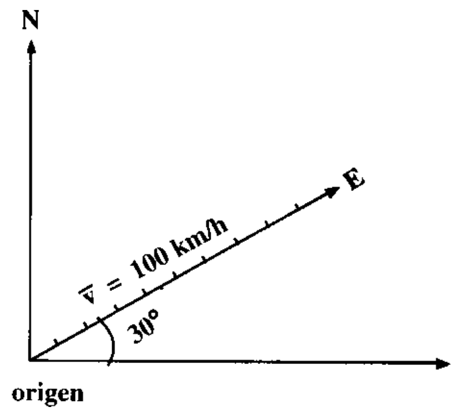


Figura 25 . Representación de un móvil con velocidad de 100 km/h a 30° NE, donde N equivale al eje *Y* y E al eje *X*.

En adelante, al hablar de la velocidad nos referiremos a un vector y la representaremos con $\bar{v}$. La abertura en grados (°) que resulta sobre el eje *X* (Figura 25) determina su dirección y sentido, en este caso se toma como origen del ángulo, el semieje positivo de *X* en sentido contrario a las manecillas del reloj; pero ¿cómo determinamos el tamaño de un vector? por ejemplo, comparando un vector $\bar{v}$ de magnitud 100 km/h con otro de 50 km/h, éste debe corresponder a la mitad de aquél de acuerdo con la escala y quedaría como lo muestra la figura 26.

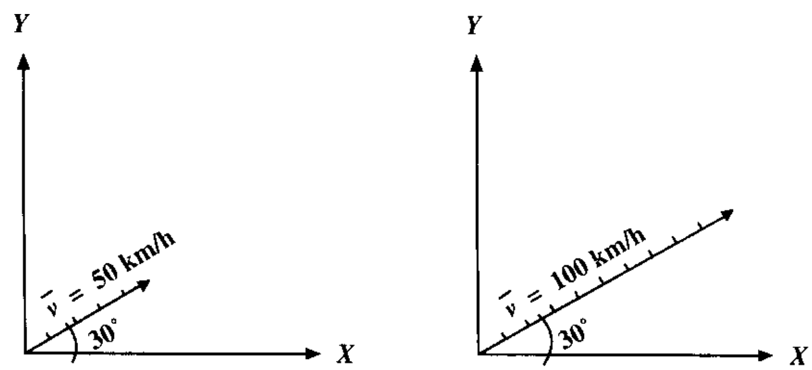


Figura 26.

Es importante, que todos los vectores involucrados en un problema sean proporcionales en tamaño con los valores de *v* que se representen.

ACTIVIDAD No. 1

A continuación presentamos cuatro vectores de velocidad $(\bar{v})$ en un plano bidimensional.

Determinar la magnitud de cada uno suponiendo que cada centímetro equivale a 10 km/h; además, determina su dirección y sentido auxiliándote de un transportador:

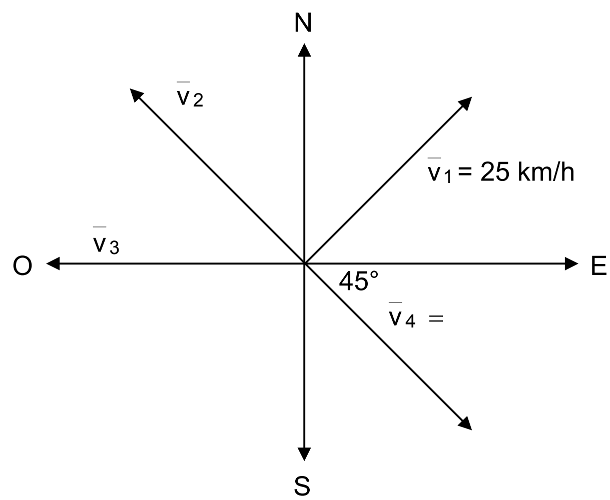


Figura 27

Para $\bar{v}_1$, ¿qué dirección y sentido tiene?____.

Para $\bar{v}_2$, ¿qué dirección y sentido tiene?____.

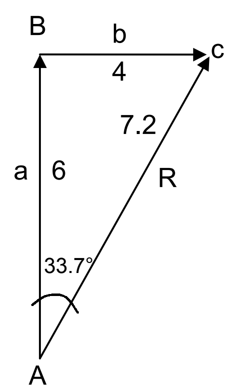
Para $\bar{v}_3$, ¿qué dirección y sentido tiene?____.

Para $\bar{v}_4$, ¿qué dirección y sentido tiene?____.

1.4.2 SUMA DE VECTORES (MÉTODO DEL TRIÁNGULO Y DEL PARALELOGRAMO)

Método del triángulo

El proceso de la suma de vectores se ilustra mediante un ejemplo que incluye dos desplazamiento. Supongamos que un barco arranca desde el punto *A* y navega hacia el norte 6 km hasta el punto *B*, donde cambia de curso y navega al este 4 km hasta el punto *C*. Aunque el barco haya navegado una distancia total de 6 km + 4 km, o sea 10 km, es obvio que la distancia al punto de partida no es esta suma. Para encontrar el desplazamiento real, o sea, la distancia desde el punto de partida, dibuja a escala un diagrama igual al de la figura 28.



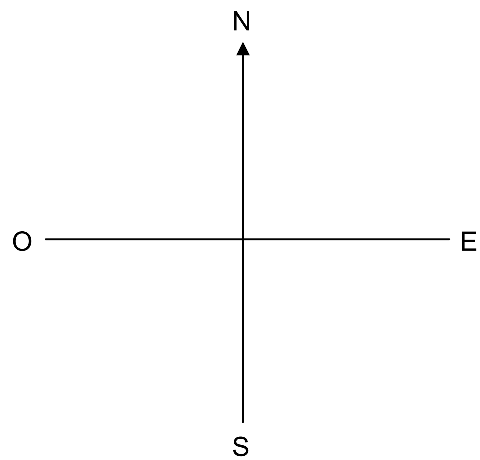


Figura 28. Esquema que ilustra la suma de vectores aplicada a desplazamientos.

Con un lápiz y una regla (graduada en centímetros) dibuja una línea vertical *AB* de 6 cm de largo, para representar el desplazamiento de 6 km al norte. La línea *BC* se dibuja después hacia la derecha desde *B* con 4 cm, para indicar 4 km al este. Finalmente, se completa el triángulo uniendo *A* y *C* con una flecha apuntando hacia *C*. La hipotenusa R mide 7.2 cm y representa el desplazamiento, que fue de 7.2 km. Vectorialmente, escribimos:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC},$$

O sea:

$$\overline{R} = \overline{a} + \overline{b}.$$

Con un transportador, se mide el ángulo, que es de 33.7°. La dirección del vector resultante $\overline{R}$ es, por lo tanto, 33.7° al Este.

En cualquier diagrama vectorial es usual representar todas las cantidades vectoriales con una línea arriba del término o por las flechas, cada una trazada en la dirección y longitud apropiadas. La figura mostrará –sin importar la escala a la que se dibuje el diagrama- que la resultante tendrá siempre la misma magnitud y dirección, y que, cuanto más cuidadosamente se dibuje el diagrama, más preciso será el resultado medido.

Para calcular la magnitud de la resultante $\overline{R}$, en la figura 29, utilizamos el teorema de Pitágoras, que se expresa así: *para cualquier triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados*;

$$\overline{R} = a^2 + b^2 .$$

Sustituyendo los dos valores de *a* y *b*:

$$R^2 = (6)^2 + (4)^2$$
$$R^2 = 36 + 16$$
$$R^2 = 52$$
$$R = \sqrt{52}$$
$$R = 7.21 \text{ km}$$

Otro ejemplo: un hombre camina hacia el este 10 km, luego al noreste 5 km. ¿Cuál es el desplazamiento resultante? Siguiendo el procedimiento anterior, primero se traza la línea horizontal $\overline{AB}$ de 10 cm de largo. El segundo vector $\overline{BC}$ se dibuja en dirección NE, o sea a 45°, y 5 cm de largo. Entonces se dibuja la resultante $\overline{R}$ y se mide; se encuentra que su longitud es de 14 cm, lo cual representa un desplazamiento de 14 km. El ángulo *A* se mide con un transportador y es de 14.6°. El resultado es de 14 km. en dirección 14.6° al noreste.

Para calcular la magnitud $\overline{R}$, se forma un triángulo (Figura 29).

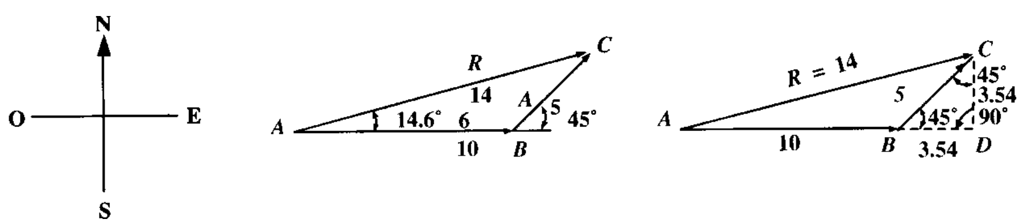


Figura 29.

El teorema del triángulo rectángulo (teorema de Pitágoras) se aplica al triángulo *BCD*:

$$(BC)^2 = (BD)^2 + (CD)^2$$

Puesto que los dos ángulos *BCD* son iguales entre sí, el triángulo es isósceles y los lados *BD* y *CD* son iguales.

Por lo tanto:

$$(BC)^2 = 2(BD)^2 = 25,$$

de la cual:

$$(BD)^2 = 25/2,$$

y

$$BD = \sqrt{12.5} = 3.540$$

Aplicando el teorema del triángulo rectángulo *ADC*, obtenemos:

$$R^2 = (3.54)^2 + (13.54)^2 = \sqrt{195.8}\ ,$$

Donde: R = 14 km.

Método del paralelogramo

Hay dos métodos, totalmente equivalente, para la suma de vectores; uno es el método del triángulo descrito anteriormente junto con sus figuras, el otro es el paralelogramo que se describe a continuación: consideramos la suma de los mismos dos vectores $\vec{b} = 10\ km$, y $\vec{a} = 5\ km$, formando entre sí un ángulo de 45°.

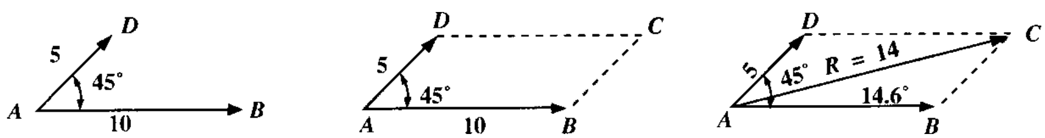


Figura 30.

Primero se dibujan los vectores hacia fuera partiendo del mismo origen *A*. Luego se traza con línea punteada, desde *D*, una paralela al vector *b*, y desde *B* una línea paralela al vector *a*, como en la figura del centro. Desde el punto *C*, donde se cruzan las dos rectas, se dibuja la diagonal *AC* y se rotula con una punta de flecha como la resultante $\overline{R}$.

Una comparación del paralelogramo con el triángulo de la figura 30 muestra que el triángulo *ABC*, en ambos diagramas, es idéntico si se usa la misma escala. Por lo tanto, ambos métodos conducen al mismo resultado independientemente de la escala usada. Al resolver ciertos problemas, el método del triángulo será más conveniente, mientras en otros el del paralelogramo resultará más fácil de aplicar.

Hay dos sistemas para designar las direcciones de las cantidades vectoriales: uno es referir todos los ángulos a los puntos de la brújula (figura 30), y el otro es especificar los ángulos relacionados con el eje *X* (figura 31). En navegación, el rumbo verdadero de un barco se mide desde el norte siguiendo el movimiento de las manecillas del reloj, alrededor de la brújula. Navegar hacia el este es tener un rumbo verdadero de 90°, y navegar hacia el sudoeste es tener un rumbo verdadero de 225°.

Cuando las direcciones se refieren al eje *X*, los ángulos medidos en sentido contrario al de las manecillas del reloj desde el eje +*X*, se llaman positivos; los medidos en el mismo sentido desde ésta línea se llaman negativos. Por ejemplo, el ángulo de dirección del segundo vector en la figura 25 es de +60°, o –300°.

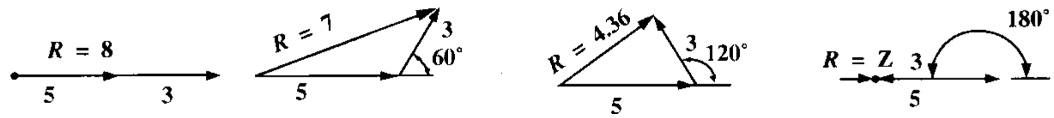


Figura 31.

1.4.3 VELOCIDADES RELATIVAS

Un estudiante visitó a su primo Juan que vive en Tenosique, Tabasco. El primer día de su visita, Juan invitó a Chucho a nadar en un río cercano. Al llegar al río notaron que al otro lado había un árbol de durazno. Como Chucho no sabe nadar dijo que se quedaría en la orilla para advertir a Juan de posibles dificultades y observar su hazaña. Chucho sabe, por cursos de Física, que es difícil cruzar un río en línea recta (perpendicular a la corriente), pues siempre se debe considerar que la velocidad del río influye en la velocidad y trayectoria del nadador, por lo que se preguntaba si era posible predecir la velocidad de Juan nadando y el punto al que llegaría cuando finalmente cruzara al otro lado.

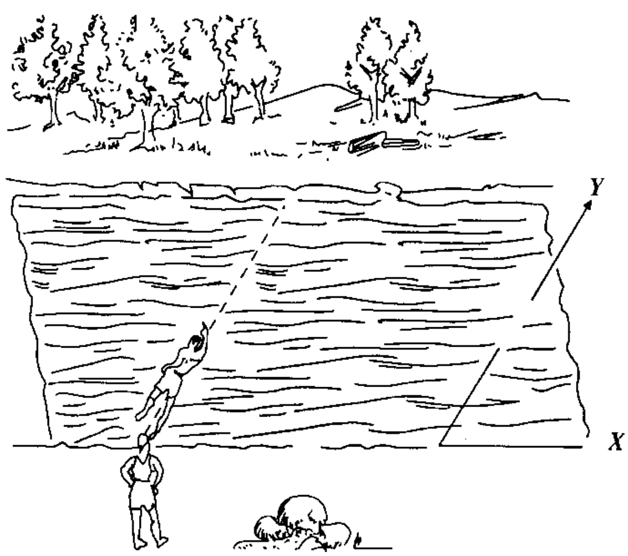


Figura 32. ¿es posible determinar en qué punto llegará Juan?

¿Qué datos debe tener en cuenta Chucho para sus estimaciones? En primer lugar, la velocidad del río. Chucho la estimó con una velocidad constante de $8j$ km/h. ¿Cómo estimarías la velocidad de la corriente de un río? Por otro lado, debía saber a qué velocidad nadaba Juan, quien en aguas tranquilas nada a una velocidad de 4 km/h. Chucho consideró la orilla del rió desde la que observaba como un marco de referencia en reposo, mientras que al río lo consideraría como un marco de referencia inercial a velocidad constante, con $\overline{V} = 8\hat{\imath}$ km/h.

Así, Juan era una partícula que se desplazaba con v_2 = 4km/h, en ese marco de referencia inercial (el río); concluyó que el problema podía ser planteado en términos de la composición galileana de velocidades:

$$\overline{v}_1 = \overline{v}_2 + \overline{V},$$

donde:

v_2 = velocidad de Juan, $4\hat{\imath}$ km/h;
V = velocidad constante del río, $8\,\hat{\jmath}$ km/h.

Chucho entonces debería encontrar la velocidad resultante $(\overline{v}_1)$ de $\overline{v}_2 + \overline{V}$. Para resolver el problema representó gráficamente ambas velocidades considerando los marcos de referencia.

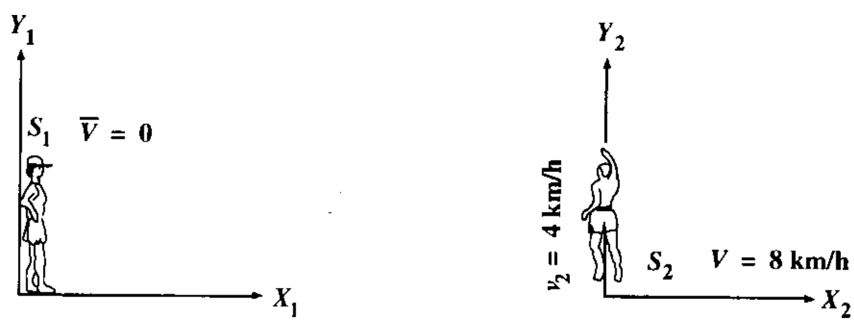


Figura 33. Chucho representó la orilla desde la que observaba como un marco de referencia (S_1) en reposo, y al río como un marco de referencia (S_2) a velocidad constante. ¿Con qué velocidad nada Juan en el río?

Puesto que la relación $\overline{v}_2 + \overline{V}$ se localiza en el marco S_2, Chucho creyó pertinente no considerar por el momento su marco de referencia (S_1) y estimar, por el método del paralelogramo, la suma de ambas velocidades en (S_2).

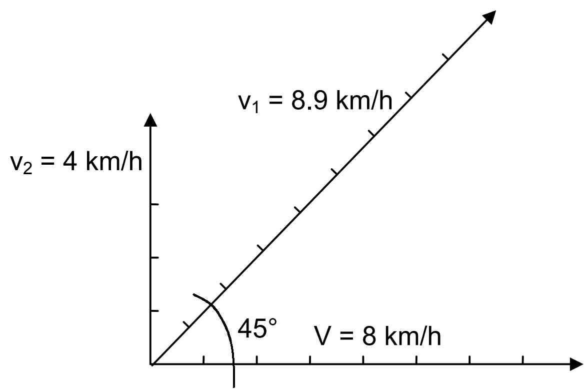


Figura 34. Representación de la relación v_2 + V por el método del paralelogramo donde v_1 es la velocidad con que nada Juan desde el marco de referencia de Chucho.

Con estos resultados se puede predecir que la velocidad real de Juan, nadando en el río, será de 8.9 km/h con un sentido y dirección de 45° río abajo. Dudando de sus resultados, Chucho los comprobó por el método del triángulo, donde se aplica el teorema de Pitágoras, que se expresa:

$$\bar{v}_1^2 = \bar{v}_2^2 + \bar{V}^2$$

Sustituyendo:

$$\bar{v}_1^2 = (4\,\text{km/h})^2 + (8\,\text{km/h})^2$$
$$\bar{v}_1^2 = 16\,\text{km/h} + 64\,\text{km/h}$$
$$\bar{v}_1 = \sqrt{80}\,\text{km/h}$$
$$\bar{v}_1 = 8.9\,\text{km/h}$$

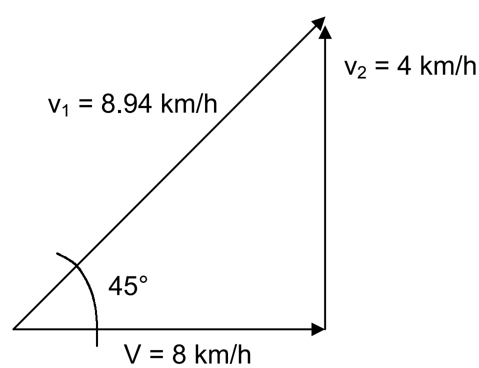


Figura 35.

Ambos métodos arrojan el mismo resultado, salvo un pequeño margen de error que atribuimos al trazo del tamaño de los vectores en el paralelogramo. Por lo tanto, la velocidad resultante de la relación $\bar{v}_2 + \bar{V}$, quedaría como

velocidad resultante $\bar{v}_1 = 8.9 \text{ km/h}$, la velocidad con que Chucho observa que Juan nada.

La composición galileana de velocidades $\bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{V}$, le sirvió a Chucho para representar la situación en términos de marcos de referencia inerciales, ahora bien, si Chucho, desde su marco observa que Juan se desplaza en el río a una velocidad de 8.9 km/h, ¿qué velocidad observaría si se situara en el marco de referencia S_2 con velocidad constante? Representamos la situación gráficamente:

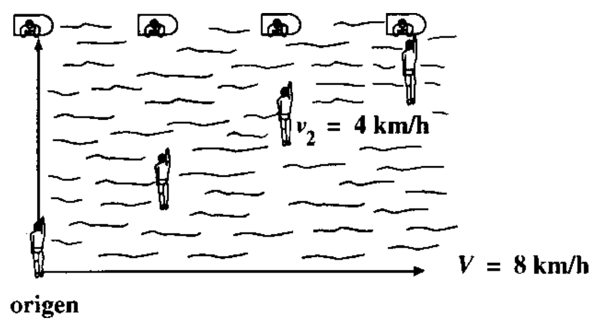


Figura 36. En este caso, ¿con qué velocidad nada Juan?

Donde: v^2 = 4 km/h; V = 0

Por lo tanto:

$\bar{v}_1 = \bar{v}_2 + V$

$\bar{v}_1 = 4 \text{ km/h} + 0$

$\bar{v}_1 = 4 \text{ km/h}$

Puesto que a Chucho y Juan los lleva la corriente con la misma velocidad, Chucho observará que el nadador se acerca a él en línea recta, a una velocidad de 4 km/h y no de 8.9 km/h, como en el caso anterior. ¿Podrías explicar por qué de acuerdo con la transformación de las velocidades de Galileo?

En este caso $\bar{V}$ = 0, pues Chucho, al ser llevado por la corriente junto con Juan, sólo aprecia el desplazamiento del nadador en dirección a él.

Considera el siguiente caso: si dos trenes se desplazan con velocidad constante de $\bar{V}$ = 20 km/h, uno al lado del otro en vías paralelas, y en el mismo sentido y dirección; los pasajeros de ambos trenes, al mirarse de frente y después de cierto tiempo, concluirán que el pasajero de la ventanilla de enfrente ha permanecido en el mismo punto, es decir, en reposo, por lo que la velocidad relativa de los trenes se consideraría cero.

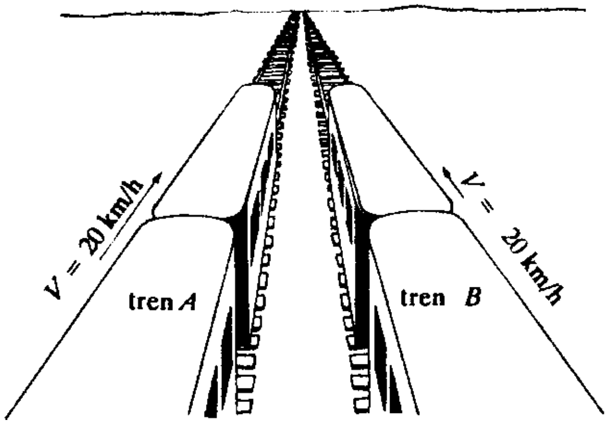


Figura 37. ¿Observarán los pasajeros del tren *A* algún cambio en la velocidad del tren *B*, si ambos viajaran a 20 kilómetros por hora?

Sabemos que un marco de referencia inicial es aquel que, o permanece en reposo o se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme a velocidad constante, por lo que los trenes del caso anterior son marcos de referencia inercial.

ACTIVIDAD DE REGULACIÓN

Responde con falso o verdadero las siguientes afirmaciones:

a) Un pasajero puede saltar de un tren a otro de la misma forma que lo haría si éstos estuvieran en reposo. _______

b) Los pasajeros del tren *B* notarán un cambio de velocidad en el tren *A*, sólo si éste acelera o frena _______

c) La velocidad de un pasajero que camina hacia el frente del tren donde viaja es mayor que 20 km/h, para un observador en tierra firme. _______

d) La velocidad de ese mismo pasajero caminando hacia el cabús del tren es menor que 20 km/h, para un observador en tierra firme. _______

e) Dos péndulos, dentro de cada uno de los trenes, oscilarán uniformemente. _______

f) Si un pasajero, situado sobre el tren *B*, camina con V = 0.5 km/h, los pasajeros del tren *A* estimarán su velocidad en esa misma magnitud. _______

g) Si el tren *B* entre en una curva, el péndulo situado dentro de él dejará de oscilar uniformemente, es decir, cambiará sus oscilaciones. _______

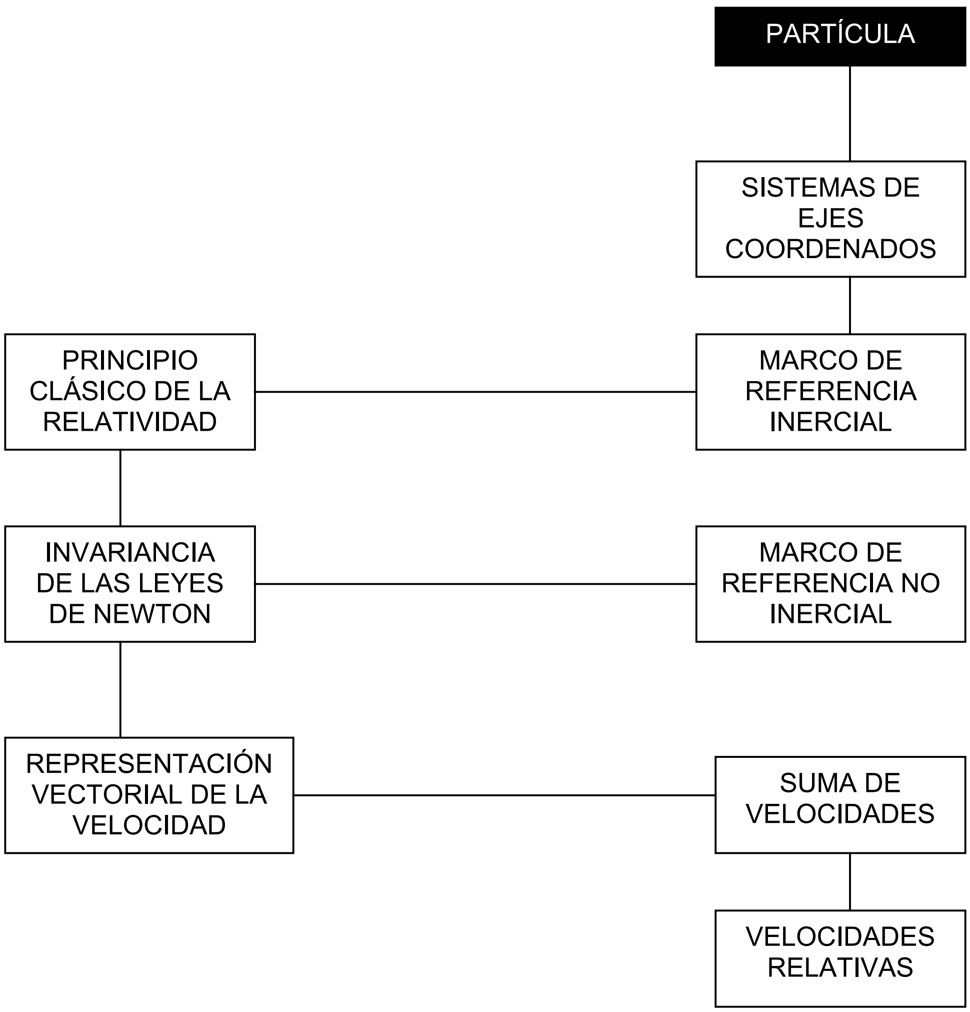
h) Si el tren *B* entra en una curva, el pasajero situado sobre él será arrojado fuera del tren. _______

¿Por qué en las películas del oeste los bandidos saltan de un tren a otro cuando ambos trenes se mueven paralelamente en la misma dirección y sentido?__________________

____

____

RECAPITULACIÓN



ACTIVIDADES DE CONSOLIDACIÓN

1. Dos hombres se lanzan una pelota a bordo de una lancha de vela que navega a velocidad constante *V* de 18 km/h. Lanzan la pelota de popa a proa y viceversa (esto es, de adelante hacia atrás y de atrás hacia delante), con omisión aparente del movimiento de la lancha.

   a) Si la lancha navega con dirección al Este a $18\hat{i}$ km/h y la pelota se lanza de popa a proa con una velocidad de $5\hat{i}$ m/s, ¿cuál es la velocidad de la pelota para un observador en tierra?, ¿cuál es la velocidad de la pelota en relación con el bote?

   b) Si la pelota se lanza de proa a popa con una velocidad de $5\hat{i}$ m/s, ¿cuál es la velocidad de la pelota, en este caso, para el observador en tierra?, ¿ cuál es la velocidad de la pelota en relación con el bote?

2. Una lancha que desarrolla una velocidad *V* de $10\hat{j}$ m/s, atravesará un río (siguiendo una trayectoria de Sur a Norte), cuya corriente tiene una velocidad *V* de $20\hat{j}$ m/s, desplazándose con dirección de Oeste a Este. Representa con un dibujo la situación, señalando ambas velocidades con vectores.

   a) Ahora, sin o hubiera corriente (aguas tranquilas), ¿Cuál sería la velocidad de la lancha para un observador en tierra? Marca con rojo, la trayectoria que seguiría la embarcación en estas condiciones.

   b) Considerando la corriente, ¿qué trayectoria sigue la lancha y con qué velocidad? Marca con azul estos nuevos vectores.

3. Un avión vuela a una velocidad $\bar{v}$ de 200 km/h. En determinado momento comienza a soplar un viento fuerte, con velocidad *V* de 80 $\hat{j}$ km/h, dirigido de Norte a Sur.

   a) ¿Cuál será la velocidad del avión respecto a la tierra, suponiendo que vuele de norte a sur?____

   ____

   ____

   b) ¿Cuál será la velocidad del avión respecto a la tierra, suponiendo que vuela de sur a norte?____

   ____

   ____

4. Imagina que el mismo avión viaja de oeste a este. Traza los vectores $\bar{v}$: de la velocidad del avión, del aire y de la velocidad resultante.

5. Una muchacha, nada con una velocidad *v* de 7.5 $\hat{j}$ m/s, debe atravesar un río, cuya corriente lleva una velocidad de 13$\hat{\imath}$ m/s. Suponiendo que la muchacha quiere atravesarlo perpendicular a la corriente, ¿hacia qué dirección debe orientar su nado y cuál es su velocidad real en el agua? En un esquema marca los respectivos vectores $\bar{v}$.

AUTOEVALUACIÓN

1.

   a) Para un observador en tierra la velocidad de la pelota es de 36 km/h o 10 km/s. En relación con el bote, la velocidad de la pelota será de 18 km/h o 5 m/s.

   b) Para un observador en tierra, la velocidad de la pelota es de cero. En relación con el bote, la velocidad de la pelota será de 18 km/h o de 5 m/s.

2.

   a) 10 m/s

   b) 22.36 m/s con dirección NE

3.

   a) 280 km/h

   b) 120 km/h

4. Velocidad resultante: $\overline{R}$ = 215.40 km/h

5. La velocidad real de la muchacha nadando en el agua será de 15 m/s; la dirección a la que debe orientar su nado dependerá del dibujo que se elabore, ya sea que la corriente se desplace de oeste a este o viceversa.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

ALVARENGA, Máximo. Física General. 3ª ed. Harla, México, 1983.

DUBROVSKI, V., et al. El mundo relativista. Mir, Moscú.

GENZER, Irvin, et al. Física. Publicaciones Cultural, México, 1989.

MAIZTEGUI, Alberto P., et al. Introducción a la Física. 9ª ed. Kapelusz, 1973.

SHAPIRO, G. Física sin Matemáticas. Alhambra, España, 1981.

WHITE, H. E. Física Moderna, vol. 1 UTEHA, México, 1986.